

TILASTOTIETEEN JATKOKURSSI. 5+5 OP. 21.1.–6.5.2016. Luennoi yliopistoleh-  
tori Pekka Pere.

## 1. välikokeen uusintakuulustelu 20.5.2016

Tehtävät ovat samanarvoisia (6 p). Kaavojen käyttö ja tarkka esittäminen on välttämätön-  
tä. Perustele huolellisesti kaikki esittämäsi yhtäsuuruudet, laskusi, välitulokset, käyttämiesi  
jakaumien oikeutus, päätelmäsi ja niiden perustelut. Pelkkä oikea lopputulos ei ole riittävä  
vastaus. Palauta koetta varten tekemäsi muistilappu vastauskonseptisi välissä.

*Viimeinen esimerkki.* Elämänfilosofiaa. Oxfordin yliopisto koostuu 38 college'ista. Somerville  
College on nimetty skotlantilaisen matemaatikko Mary Somervillen (1780–1872) mukaan. Ensi  
vuodesta lähtien Royal Bank of Scotlannin 10 punnan setelin kuva-aihe on Mary Somerville.  
Hän paljasti 91-vuotiaana yhden menestymisensä selityksen:<sup>1</sup>

*Jollen onnistu tänään, pureudun ongelmaan uudestaan huomenna.*

Paina Somervillen ohje mieleesi. Menestystä opinnoillesi! Hyvää kesää! □

1. Kylmäverinen ja paatunut talousrikollinen järjestää yritykselleen veroetuja  
laatimalla keksittyjä kuitteja. Hän toimittaa yrityksensä tilintarkastajalle 100  
kuittipinoa, joissa kussakin on 100 kuittia (yhteensä 10 000 kuittia). Kussakin  
pinossa on yksi keksitty kuitti (yhteensä 100 keksittyä kuittia). Tilintarkastuk-  
sessa tilintarkastaja tapaa ottaa satunnaisesti kustakin kuittipinosta yhden kui-  
tin tarkastettavaksi (kukin tarkastus on riippumaton edellisestä). Keksityn kui-  
tin hän tunnistaa varmasti. Talousrikollinen ei osaa todennäköisyyslaskentaa ja  
kuvittelee, että keksityistä kuiteista kiinnijäämisen riski on pieni. Onko se? Las-  
ke todennäköisyys, että talousrikollinen jää tilintarkastuksessa kiinni keksityn  
kuitin laatimisesta!<sup>2</sup>

2. Kirjailija Graham Greene kuvaa elämäkerrassaan *A Sort of Life*<sup>3</sup> elämänjak-  
soa, jolloin hän oli vakavasti masentunut ja pelasi venäläistä rulettia<sup>4, 5</sup> Greenin  
revolverin panosrummun kapasiteetti oli kuusi patruunaa, ja Green oli laittanut  
panosrumpuun yhden patruunan. Oletetaan, että kukin panosrummun pyöräy-  
tys oli riippumaton muista pyöräytyksistä ja että kullakin kierroksella kuoleman  
todennäköisyys oli 1/6.

<sup>1</sup><http://blog.oup.com/2016/03/mary-somerville-royal-bank-of-scotland/> (viitattu  
3.5.2016).

<sup>2</sup>Tehtävä on mukaelma tehtävästä ”27” kirjassa F. Mosteller (1987): *Fifty Challenging  
Problems in Probability with Solutions*. Dover. Mosteller esittää tehtävästä myös yleisem-  
män version, jossa (oleellisesti) kuittipinoja on  $n$  kappaletta ja kussakin pinossa  $n$  keksittyä  
kuittia.

<sup>3</sup>Kirjan 2011-painoksen kannessa on kuvaavasti kaksi arpanoppaa. (<http://www.vintage-books.co.uk/books/0099282577/graham-greene/a-sort-of-life/>; vii-  
tattu 6.9.2011.)

<sup>4</sup>Venäläinen ruletti on uhkapeli, jota pelataan asettamalla yksi tai useampi patruuna  
revolverin panosrumpuun eli sylinteriin, minkä jälkeen sylinteriä pyöräytetään ja suljetaan  
se katsomatta panoksen paikkaa. Sen jälkeen piippu suunnataan omaa päätä kohti ja vede-  
tään liipaisimesta.” ([http://fi.wikipedia.org/wiki/Ven%C3%A4l%C3%A4inen\\_ruletti](http://fi.wikipedia.org/wiki/Ven%C3%A4l%C3%A4inen_ruletti);  
viitattu 6.9.2011).

<sup>5</sup>Tehtävä on oleellisesti kirjasta A. Agresti (2013): *Categorical Data Analysis*, 3. laitos.  
Wiley. (S. 29).

a) Greene pelasi venäläistä rulettia kuusi kertaa ja selvisi hengissä. Mikä oli tämän tapahtuman todennäköisyys?

b) Joku päättää pelata venäläistä rulettia (Greenin kaltaisella revolverilla), kunnes revolveri laukeaa. Merkitään  $Y$ :llä satunnaismuuttujaa ”pelien lukumäärä kunnes revolveri laukeaa”. Mikä on tapahtuman  $Y = y$  ( $y = 1, 2, \dots$ ) todennäköisyys?

c) Joku päättää pelata venäläistä rulettia (Greenin kaltaisella revolverilla), kunnes revolveri laukeaa. Kuinka monen pelin jälkeen kuoleman todennäköisyys on vähintään  $1/2$ ? (Vihje: Laske kertymäfunktio.)

3. Oikeuspoliittinen tutkimuslaitos (nykyinen Kriminologian ja oikeuspolitiikan instituutti) tutki av(i)eroihin liittyviä riitoja hovioikeuksissa vuonna 2006 (257 havaintoa).<sup>6</sup> Keskitytään tutkimaan päätöksiä, joissa lapset määrättiin asumaan vain jommankumman vanhemman luona. Näissä päätöksissä lapsi määrättiin asumaan 14:ssä isän ja 40:ssä äidin luona (54 havaintoa). Vastaavat prosenttiosuudet ovat noin 25.9 ja 74.1. Oletetaan, että hovioikeudet ylipäänsä määräsivät lapset asumaan eri sukupuolta olevien vanhempien luona yhtä todennäköisesti eli prosenttiosuuksilla 50 ja 50 ja että päätökset olisivat riippumattomia toisistaan. Mikä olisi tällöin todennäköisyys, että 54:n suuruudessa satunnaisessa aineistossa 14:ssä tai vähäisemmässä lukumäärässä lapset määrätään asumaan isän luona?

#### 4. Yle-uutiset 18.5.2013<sup>7</sup>:

Yliluonnolliset kokemukset tutkijoiden syyniin. Turun yliopistossa alkaa kolme Suomen Akatemian rahoittamaa tutkimusprojektia, joilla pureudutaan ihmismielen syövereihin. Turun yliopistossa alkaa mittava tutkimus ihmisen tietoisuudesta ja yliluonnollisista kokemuksista. – – olemme saaneet valtavan aineiston jo ennen varsinaisen tutkimuksen alkua. Yli sata ihmistä ottanut yhteyttä ja kertonut, että heillä on näitä yliluonnollisia kokemuksia. Heille on hirveän tärkeää, että tätä tutkitaan, [Turun yliopiston kulttuurisen terveyden ja hyvinvoinnin professori Marja-Liisa] Honkasalo kertoo.

Honkasalo johtaa Mieli ja toinen -projektia, jossa tutkitaan mielentoimintaa suhteessa yliluonnollisiksi tulkittuihin olentoihin ja todellisuuksiin. – – Edessä on siis hurja tutkimussavotta yliluonnollisista kokemuksista, unesta, tietoisuudesta ja tiedostamattomuudesta. Yksi tutkimuksessa käsiteltävä asia ovat enkelikokemukset. Enkeleitä näkevä ja kokeva Maarit Lahtonen odottaa tuloksia. Mahdollista on, että esimerkiksi ennakkoluulot yliluonnollisia kokevia kohtaan hälvenevät.

#### Yle-uutiset 10.6.2014<sup>8</sup>:

<sup>6</sup>E. Valkama ja M. Litmala (2008): Lasten huoltoriidat hovioikeuksissa. OPTL:n julkaisu 234. <https://helda.helsinki.fi/handle/10138/152446> (viitattu 20.5.2016). Aineisto saatiin pyytämällä takautuvasti hovioikeuksia lähettämään päätökset vuonna 2006 ratkaistuista huoltajuus- tms. riidoista. Tutkijoiden mukaan aineisto kattaa lähes kaikki lapsen huoltoja ja tapaamisoikeutta koskevat asiat (267) vuonna 2006. Aineisto ei sisällä hovioikeuksien ns. seulonamenettelyllä karsimia hakemuksia.

<sup>7</sup>[http://yle.fi/uutiset/yliluonnolliset\\_kokemukset\\_tutkijoiden\\_syyniin/6648004](http://yle.fi/uutiset/yliluonnolliset_kokemukset_tutkijoiden_syyniin/6648004) (viitattu 18.5.2013). (Painovirhe uutisessa on korjattu.)

<sup>8</sup>[http://yle.fi/uutiset/pallosalama\\_on\\_edelleen\\_mysteeri\\_tarinat\\_kuitenkin\\_elavat/7286183](http://yle.fi/uutiset/pallosalama_on_edelleen_mysteeri_tarinat_kuitenkin_elavat/7286183) (viitattu 10.6.2014).

Pallosalama on edelleen mysteeri — tarinat kuitenkin elävät. Varsinkin vanhoissa tarinoissa esiintyvä pallosalama on tutkijoille edelleen mysteeri. Vaikka pallosalamasta onkin jäänyt talteen useita tarinoita, ei luotettavia kuvia tai videoita juuri ole käytettävissä. Salamattututkija on kuitenkin sitä mieltä, että ilmiö on olemassa, mutta sitä ei vain ole voitu tieteellisesti todentaa. – Ilmatieteen laitoksen tutkija Antti Mäkelä sanoo, että pallosalaman olemassaolo on ollut tutkijoidenkin tiedossa jo kauan, eikä sitä pidetä mahdottomana ilmiönä. – Pallosalamoiden esiintymisestä on silminnäkijähavaintoja – . – Vielä nykyisinkin havaintoja ja kertomuksia tulee Ilmatieteen laitokselle, mutta huolimatta siitä, että ihmisillä on paljon esimerkiksi kännykkäkameroita, ei aidoiksi todettavia kuvia ole saatu, sanoo Mäkelä.

Pohditaan ihmeiden uskottavuuden arviointia.<sup>9</sup> Järkevänolaiset ihmiset ovat esimerkiksi julkisuudessa kertoneet

- keskustelleensa enkelin kanssa
- sielunsa irtautuneen kehostaan ja nähneensä itsensä ylhäältä päin (minkä jälkeen lääkäri on elvyttänyt kertojan tms.) tai
- nähneensä välähdyksenomaisesti etukäteen, mitä hetken päästä tapahtui (*déjà-vu* -elämys).

Eritellään todennäköisyydet, että ihme ( $I$ ) tapahtuu  $P(I) = 0.0001$ , että ihmeestä kerrotaan, kun ihme on tapahtunut  $P(K|I)$  ja että ihmeestä kerrotaan, kun ihmettä ei ole tapahtunut  $P(K|I^c)$ . Oletetaan, että ihmeen kerrotaan tapahtuneen.

a) Oletetaan, että ihmeen tapahtumisesta kerrotaan yhtä todennäköisesti tapahtui ihme tai ei, jolloin  $P(K|I) = P(K|I^c) = 0.5$ . Mikä on todennäköisyys, että ihme on tapahtunut? Tulkitse laskemasi todennäköisyys.

b) Oletetaan, että ihmeen tapahtumisesta tai tapahtumattomuudesta kerrotaan aina täysin oikein, jolloin  $P(K|I) = 1$  ja  $P(K|I^c) = 0$ . Mikä on todennäköisyys, että ihme on tapahtunut? Tulkitse laskemasi todennäköisyys.

c) Oletetaan, että ihmeen tapahtumisesta tai tapahtumattomuudesta kerrotaan varsin luotettavasti:  $P(K|I) = 1$  ja  $P(K|I^c) = 0.01$ . Mikä on todennäköisyys, että ihme on tapahtunut? Tulkitse laskemasi todennäköisyys.

---

<sup>9</sup>Tehtävä juontaa William Kruskallin Yhdysvaltain tilastoseuran presidentin virkaanastujaispuheesta (1988): Miracles and Statistics. The Casual Assumption of Independence. *Journal of the American Statistical Association*, 83, 929–940.