

1. välikoe 11.3.2016

Tehtävät ovat samanarvoisia (6 p). Kaavojen käyttö ja tarkka esittäminen on välttämätöntä. Perustelee huolellisesti kaikki esittämäsi yhtäsuuruudet, laskusi, välitulokset, käyttämäsi jakaumien oikeutus, päätelmäsi ja niiden perustelut. Pelkkä oikea lopputulos ei ole riittävä vastaus. Palauta koetta varten tekemäsi muistilappu vastauskonseptisi välissä.

1. Olkoon $P(A \cap B) = 0.2$ ja $P(A | B) = 0.4$. Piirrä Venn-diagrammi, jossa tapahtumat A ja B

- ovat riippumattomia.
- eivät ole riippumattomia.

Venn-diagrammeissa esitä tapahtumien todennäköisyydet tapahtumia kuvaavien osajoukkojen pinta-aloina. Selitä yksityiskohtaisesti piirtämäsi diagrammit ja miksi tapahtumat ovat niissä riippumattomia tai eivät ole.¹

2. On heitetty kahta (riippumatonta ja harhatonta kuusisivuista) noppaa.

- Mikä on otosavaruus? (1 p)
- Tiedetään, että toisen nopan silmäluvuksi on tullut 6, muttei tiedetä kumman nopan. Mikä on todennäköisyys, että toisenkin nopan silmäluku on 6? (5 p)²

3. Kaksi lanttia (jatkoa).³ Lanteista toinen on harhaton: Kruunan todennäköisyys on $1/2$. Toinen lantti on harhainen: Kruunan todennäköisyys on $3/4$. Arvotaan todennäköisyydellä $1/2$ lanteista toinen heitettäväksi. Heitetään sitä (riippumattomasti) kolme kertaa, ja saadaan kolme kruunaa. Mikä on todennäköisyys, että heitetty lantti on harhaton lantti?

Tehtävän voisi muotoilla (vielä!) jännittävämmäksi tähän tapaan: Tietyn ihmisen epäillään olevan aikeissa ryhtyä koulusurmaajaksi/terroristiksi todennäköisyydellä $1/2$. Saadaan uutta todistusaineistoa: Epäilty on tehnyt kolme toisistaan riippumatonta tekoa kunkin todennäköisyydellä $1/2$, jotka viittaavat aseellisen iskun suunnitteluun. (Oulussa asuva epäilty on juuri hankkinut aseenkantoluvan; puolella entisen Oulun läänissä asuvista on aseenkantolupa.⁴ Koulusurmaajilla lienee muita useammin aseenkantolupa ja/tai aseharrastus. Jne.) Mikä on todennäköisyys, että epäilty ei ole aikeissa ryhtyä koulusurmaajaksi/terroristiksi?

¹Tehtävä on artikkelista R.M. Fewster (2014): Teaching Statistics to Real People: Adventures in Social Statistics. Teoksessa K. Makar, B. de Sousa ja R. Gould (toim.): *Sustainability in Statistics Education. Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics*. International Statistical Institute. Voorburg.

²Tijms (2012, 257–258).

³Blitzstein ja Hwang (2015, 58).

⁴A. Öhberg ym. (1993): Itsemurhatavat Suomessa: onko menetelmien saatavuudella ja rajoituksilla vaikutusta itsemurhakuolleisuuteen? *Duodecim*, 109, 1400–1410.

4. Irak ampui ohjuksia Saudi-Arabiaan alkuvuonna 1991. Yhdysvaltain puolustusministeriö kertoi, että yhdysvaltalaiset Patriot-torjuntaohjukset tuhosivat niistä 80 %. Presidentti George W. Bush väitti puheessaan Patriot-ohjusten torjuntakyvyn olleen 97 %. Puolustusministeriö laski arvionsa myöhemmin 70 %:iin.

Fyysikko Theodore Postol kertoi 1992 Yhdysvaltain kongressin komitealle, että Patriot-ohjusten osumistarkkuus lienee todellisuudessa alle 10 % ja ehkä lähes 0 %. Kongressin komitea arvioi myöhemmin, että Patriot-ohjusten torjuntakyky oli tavattomasti heikompi kuin amerikkalaisille oli alunperin kerrottu. Sekä kansaa että kongressia oltiin johdettu harhaan.

Postol kirjoitti Boston Globe -lehdessä 24.1.1992 katsoneensa videolta 14 yritystä torjua Patriot-ohjuksella Irakin ampuma ohjus. Patriot osui ehkä kerran irakilaiseen ohjukseen; 13 kerralla se ei osunut.

Oletetaan, että torjuntayritykset olivat riippumattomia ja että Patriot-ohjuksen osumistodennäköisyys on 0.8.

a) Mikä on todennäköisyys, että Patriot-ohjus osuu irakilaiseen ohjukseen kerran 14 yrityksestä?

b) Mikä on todennäköisyys, että Patriot-ohjus osuu irakilaiseen ohjukseen kerran tai vähemmän 14 yrityksestä?⁵

⁵Tehtävän lähteet ovat P.J. Nahin (2000): *Duelling Idiots and Other Probability Puzzlers*. PUP, Princeton. S:t 10–11. https://en.wikipedia.org/wiki/Theodore_Postol (viitattu 9.3.2016).