

Subjektiiivinen todennäköisyys

Ihmisillä on eri mielipiteitä ja niin myös todennäköisyyksistä. Näitä yksilöllisiä todennäköisyyksiä kutsutaan subjektiiiviksi todennäköisyyksiksi. Ne ovat subjektiiivisiä, koska ihmiset saattavat arvioida todennäköisyyksiä erilalla aivan samojen tietojen perusteella.

Esimerkki. Talouden asiantuntijat esittivät Ylen uutisissa 15.5.2012¹ suuresti toisistaan poikkeavia arvioita (0, 50:n ja 0, 80:n välillä) todennäköisyydestä, jolla Kreikka eroaa eurosta (uutisessa todennäköisyydet on esitetty prosentteina 0:n ja 100:n välillä):

Johtavat talousasiantuntijat pitävät valtiovarainministeriön arviota Kreikasta mahdollisesti aiheutuvista tappioista liian optimistisena. Ministeriö arvioi viime viikolla, että tappioita tulisi Suomelle korkeintaan 400 miljoonaa euroa. – Kaikki asiantuntijat pitivät todennäköisenä, että Kreikka eroaa eurosta. Arviot eron todennäköisyydestä vaihtelevat 50–80 prosentin välillä.

Pasi Holm, PTT:n toimitusjohtaja

Saattaa olla, että kahdenvälisen lainan tappiot ovat 500 miljoonaa euroa ja väliaikaisen kriisirahaston kautta 140 miljoonaa euroa. Lisäksi EKP:n ja eurojärjestelmän kautta joitakin satoja miljoonia euroa. – Kreikan eurosta eroamisen todennäköisyys: 70 prosenttia.

Seija Ilmakunnas, Palkansaaajien tutkimuslaitoksen johtaja

Pidän mahdollisena, että koko kahdenvälinen laina (miljardi euroa) menetetään. ERVV-osuuden riski on pienempi, mutta sitä ei voi arvioida tuntematta vakuusjärjestelyn yksityiskohtia. – Kreikan eurosta eroamisen todennäköisyys: 50 prosenttia.

Vesa Kanniainen, Kansantaloustieteen professori

Kokonaistappio 2–3 miljardia euroa, sisältäen lainat ja takuut sekä eurojärjestelmän kautta syntyvät pääomatappiot. – Kreikan eurosta eroamisen todennäköisyys: 75 prosenttia.

Vesa Vihriälä, Etlan toimitusjohtaja

Maksimitappio voisi olla 1,84 miljardia euroa. Tappio jäänee tätä pienemmäksi, mutta ei välttämättä VM:n arvioimaan 400 miljoonaan. Lisäksi Suomen Pankille voi tulla tappioita siitä, jos Kreikan keskuspankki ei pysty vastaamaan veloistaan EKP:lle. – Kreikan eurosta eroamisen todennäköisyys: 80 prosenttia.

Todennäköisyyden frekventistinen tulkinta ei ole luonteva Kreikan eurosta eroamisen mahdollisuutta arvioitaessa. Yksikään maa ei ole aiemmin eronnut eurosta, eikä eron

¹http://yle.fi/uutiset/asiantuntijat_kreikka_voi_aiheuttaa_suomelle_jopa_miljarditappiot/6096707 (viitattu 16.5.2012).

johtavista seikoista ole kaikkea tarvittavaa tietoa. Jokaikinen Ylen haastattelema asiantuntija kertoo siksi omista lähtökohdistaan eri suuruisen arvion eron todennäköisyydestä! Ne ovat heidän subjektiivisia arvioitaan Kreikan eurosta eroamisen todennäköisyydestä. \square

Subjektiivinen todennäköisyys voi olla mahdollista selvittää, vaikka ihminen ei sitä kertoisi yhtä avoimesti kuin esimerkissä edellä. Yksilön subjektiivinen todennäköisyys määritellään usein vedonlyöntisuhteen (odds)

$$\frac{H}{V} = \frac{P(A)}{1 - P(A)}, \quad (1)$$

avulla. Yllä $H > 0$ ja $V > 0$ (euroa) ovat häviö ja voitto vedonlyönnissä tapahtumasta A ja $P(A) \in (0, 1)$ on yksilön subjektiivinen todennäköisyys tapahtumalle A . Yhtäsuuruus perustellaan alla.

Idea on, että yksilö ilmaisee subjektiivisen todennäköisyytensä reilussa (fair) vedonlyönnissä. Oletetaan, että pelaaja sijoittaa vedonlyöntiin H euroa, voittaa V euroa, jos A tapahtuu mutta häviää panoksensa H euroa, jos A :ta ei tapahdu. Sille todennäköisyys on pelaajan mielestä $1 - P(A)$. Tällainen vedonlyönti on reilu, jos pelaajan mielestä hän ei odotetun tuoton mielessä hyödy vedonlyönnistä eli odotettu tuotto on 0 euroa:

$$P(A) \times V - [1 - P(A)] \times H = 0.$$

Jaetaan yhtälö puolittain V :llä ja todetaan, että yhtäsuuruuden (1) täytyy olla voimassa, jotta yhtälö pätsisi:

$$P(A) \times 1 - [1 - P(A)] \times \frac{P(A)}{1 - P(A)} = 0.$$

Pelaajan subjektiivinen todennäköisyys tapahtumalle A saadaan ratkaisemalla yhtäsuuruus (1) $P(A)$:n suhteen:

$$P(A) = \frac{H}{H + V}.$$

Subjektiivinen todennäköisyys voidaan siten selvittää, kun tiedetään vedonlyöntisuhde pelaajan mielestä reilussa vedonlyönnissä.

Esimerkki. Opiskelija on varsin vakuuttunut, että hän läpäisee tentin. Hän on valmis lyömään siitä vetoa vedonlyöntisuhteella $H/V = 4/1$. Hänen subjektiivinen todennäköisyytensä tentin läpäisemiselle on tällöin $H/(H + V) = 4/(4 + 1) = 0,8$. \square

Vedonlyöntiasetus on hieman keinotekoinen: Moni ei suostuisi uhkapeliin, jonka odotettu tuotto on nolla. Joku ei ryhtyisi uhkapeliin koskaan. Asetelma ei toimi monen mielestä tärkeimmän kysymyksen kohdalla, jatkuuko elämä kuoleman jälkeen. Uskomuksesta riippumatta kannattaisi aina lyödä tuonpuoleisen elämän puolesta vetoa, koska veto ratkeaisi ainoastaan elämän jatkuessa ja ainoastaan

silloin olisi mahdollista kerätä vedon tuotto. Itse asiassa asiasta voisi huolehtia lyödä vetoa mielivaltaisen suurella vedonlyöntisuhteella, mikä edellä olevan laskun mukaan merkitsisi uskoa tuonpuoleiseen elämään lähes todennäköisyydellä 1.² Johto edellä on silti tavanomainen subjektiivisen todennäköisyyden yhteydessä. Ajatus lienee, että "pakottamalla" yksilö vedonlyöntiin, hänen subjektiivinen todennäköisyytensä määrittyy tarkasti. Vedonlyöntisuhde H/V lienee monille myös helppotajuinen, ja johto yhdistää sen kätevästi subjektiivisen todennäköisyyden suuruuteen.

Muunkinlaisia määritelmiä todennäköisyydelle on olemassa. Niistä on ytimekäs esitys Gorroochurnin (2012) kirjan luvussa 14 ja laajempi katsaus Gilliesin (2000) kirjassa.³

²Argumentti on artikkelista Mellor, D.H. (1973): *God and Probability*. Teoksessa K. E. Yandell (toim.): *God, Man, and Religion. Readings in the Philosophy of Religion*. McGraw-Hill, New York.

³Gillies, D. (2000): *Philosophical Theories of Probability*. Routledge, Milton Park. Gorroochurn, P. (2012): *Classic Problems of Probability*. Wiley, New Jersey.