

STATIONAARISET AIKASARJAT, 10 OP. 13.9.–14.12.2012. Kirjallisuus: James Hamiltonin Time Series Analysis, luvut 1–5 ja Terence Millsin The Econometric Modelling of Financial Time Series, luku 2. Luennoi: yliopistonlehtori Pekka Pere.

Summeeraus luvuista 1–2

Tutkitaan p . asteen differenssiyhtälöä

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + w_t.$$

- Lause 1.1. Matriisin F (määritelmä [1.2.3]) ominaisarvot λ_i , $i = 1, \dots, p$, saadaan yhtälöstä [1.2.16]:

$$\lambda^p - \phi_1 \lambda^{p-1} - \phi_2 \lambda^{p-2} - \dots - \phi_{p-1} \lambda - \phi_p = 0.$$

- Impulssivastefunktio — kun ominaisarvot ovat erisuuria — saadaan yhtälöstä [1.2.24]:

$$\frac{\partial y_{t+j}}{\partial w_t} = c_1 \lambda_1^j + \dots + c_p \lambda_p^j$$

(ja kertoimet c_i lauseesta 1.2). Impulssivastefunktio määrää onko yhtälö stabiili vai ei. Mikäli kaikki ominaisarvot ovat itseisarvoltaan pienempiä kuin yksi, kuoleentuu innovaatioiden vaikutus ajan myötä, ja systeemi on stabiili. Muuten systeemi on epästabiili.

- Innovaation w_t kumulatiivinen vaikutus y_{t+j} :hin ($\sum_{j=0}^{\infty} \frac{\partial y_{t+j}}{\partial w_t}$) tai vaihtoehtoisesti w_t :n pysyvän muutoksen vaikutus y_t :hen pitkällä aikavälillä ($\lim_{j \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^j \frac{\partial y_{t+i}}{\partial w_{t+i}}$) on

$$1/(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)$$

(yhtälö [1.2.47]).

- Lauseesta 2.2 seuraa, että yllä olevaan differenssiyhtälöön liittyvän yhtälön [2.4.6]

$$1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 - \dots - \phi_{p-1} z^{p-1} - \phi_p z^p = 0$$

juuret ovat käänteislukuja yhtälöstä [1.2.16] lasketuille ominaisarvoille. Yhtälön [1.2.16] juurten tutkimiselle vaihtoehtoinen ja yhtäpitävä stabiili-suusehto on siis, että yhtälön [2.4.6] juuret ovat itseisarvoltaan ykköstä suurempia.