HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Otantamenetelmät
(78143)
Syksy 2012

TEEMA 2

Risto Lehtonen
risto.lehtonen@helsinki.fi

Teema 2

LISÄTIEDON KÄYTTÖ ESTIMOINTIASETELMASSA: MALLIAVUSTEINEN ESTIMOINTI

Tilastokeskuksen työvoimatutkimus

- **Laatuseloste: Työvoimatutkimus**
  - nettiversio

- Identifioidaan Työvoimatutkimuksen laatuselosteesta materiaalista seuraavia tutkimusta kuvaavia asioita:

  - Työvoimatutkimuksen strategia
  - Otanta-asetelma
  - Estimointiasetelma

Lisätiedon käyttö estimointiasetelmassa

- Malliavusteiset strategiat
  Model-assisted strategies
  - Regressioestimointi
  - Suhde-estimointi
  - Jälkiosittaminen
  - Kalibrointimenetelmät
- Otoksen ulkopuolisen lisäinfon tuonti estimointiasetelmaan **tilastollisen mallin** avulla
- SAS Procedure SURVEYREG
- SAS makro CLAN

Estimointistrategioita perusjoukon kokonaismäärälle		
Strategia	*Lisäinformaatio*	*Avustava malli*
Asetelmaperusteisia strategioita		
SRSWOR	Ei ole	Ei ole
SRSWR	Ei ole	Ei ole
STR	Ositusmuuttuja	Ei ole
PPSWOR	Kokomuuttuja	Ei ole
Malliavusteisia strategioita Otanta-asetelma SRS Avustava malli: Lineaarinen **kiinteiden tekijöiden** malli		
Regressioestimointi SRS*reg	Jatkuva	Regressiomalli
Suhde-estimointi SRS*rat	Jatkuva	Regressiomalli (ei vakiotermiä)
Jälkiositus SRS*pos	Diskreetti	ANOVA

Päämenetelmät

- Lisätiedon käyttö estimointiasetelmassa
- Malliavusteinen estimointi
  Model assisted estimation
  - Yleistetyt regressioestimaattorit
    Generalized regression (GREG) estimators
  - Kalibrointimenetelmät
    Calibration
  - Mallista vapaa kalibrointi
    Model-free calibration
  - Malliavusteinen kalibrointi
    Model calibration

Malliavusteinen estimointi

- Alan klassikko:

  Särndal C.-E, Swensson B. and Wretman J. (1992). Model Assisted Survey Sampling. Springer.

- Logistinen regressioestimaattori LGREG:

  Lehtonen, R. and A. Veijanen (1998). Logistic generalized regression estimators. *Survey Methodology* **24**, 51-55.

- Sovellus osajoukko- ja pienalue-estimointiin:

  Lehtonen R. and Veijanen A. (2009). Design-based Methods of Estimation for Domains and Small Areas. In: Handbook of Statistics 29B; *Sample Surveys: Inference and Analysis. Eds. D. Pfeffermann and C.R. Rao. North Holland. pp. 219-249.*

GREG-estimaattoriperhe

- Mallin valinta GREG-estimaattorille
  - Linearinen kiinteiden tekijöiden malli
    - *Linear fixed-effects model*
    - Jatkuva tulosmuuttuja
  - Logistinen kiinteiden tekijöiden malli
    - Binäärinen/moniluokkainen tulosmuuttuja
  - Yleistetty lineaarinen malli
    - *Generalized linear model*
  - Yleistetty lineaarinen sekamalli
    - *Generalized linear mixed model GLMM*
    - Pienalue-estimointi (*small area estimation*, SAE)
  - Handbook of Statistics

GREG-estimaattori, tekn. tiivistelmä
Sovellusalana pienalue-estimointi

$U = \{1,2,...,k,...,N\}$ Perusjoukko (äärellinen)

$U_1,...,U_d,...,U_D$ Kiinostuksen kohteena olevat pj:n osajoukot

Otanta-asetelma: PPS-WOR, otoskoko n

$s \subset U$ Otos

$s_d = s \cap U_d$ Osajoukkoon d kuuluva otos

$\pi_k = n \frac{x_{1k}}{\sum_{k \in U} x_{1k}}$ Sisältymistn alkiolle $k \in U$ PPS-otannassa

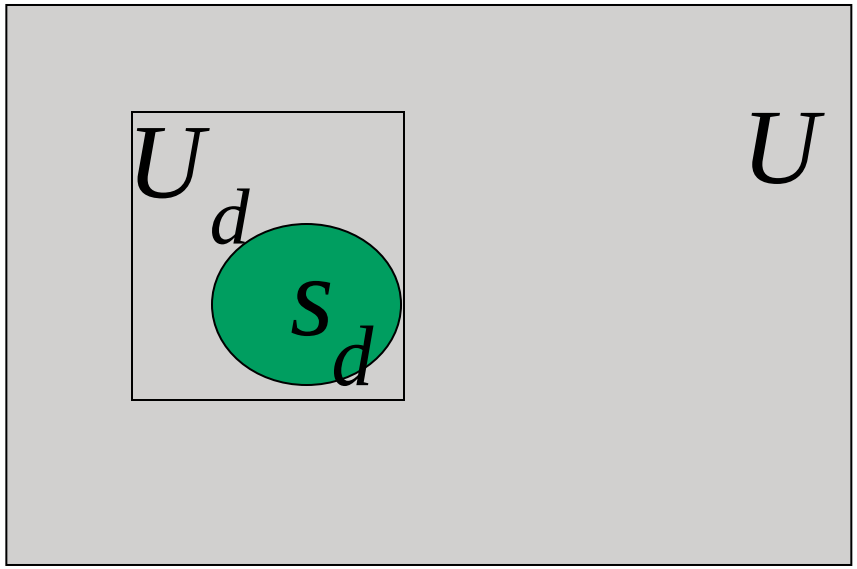
x_1 Lisäinformaatiomuuttuja (kokomuuttuja)

$a_k = 1/\pi_k$ Asetelmapaino alkiolle $k \in s$

Tulosmuuttujan y havaitut arvot y_k alkiolle $k \in s$

Osajoukon tyyppi

- Suunnitellut osajoukot *Planned domains*
  - Tärkeimmät osajoukkotyypit pyritään määrittelemään otanta-asetelmassa **ositteiksi** (*strata*)
  - Osajoukkojen otoskoot on kiinnitetty
  - Otoskoot hallitaan kiintiöintimenetelmillä (*allocation*)
  - Liian pienet otoskoot voidaan välttää
- Ei-suunnitellut osajoukot *Unplanned domains*
  - Osajoukkojen otoskoot ovat satunnaismuuttujia
  - Voi tulla osajoukkoja joiden otoskoko pieni
  - Käytännössä yleinen tilanne



Planned domains - Suunnitellut osajoukot

U Population - Perusjoukko

U_d Population domain d - Osajoukko

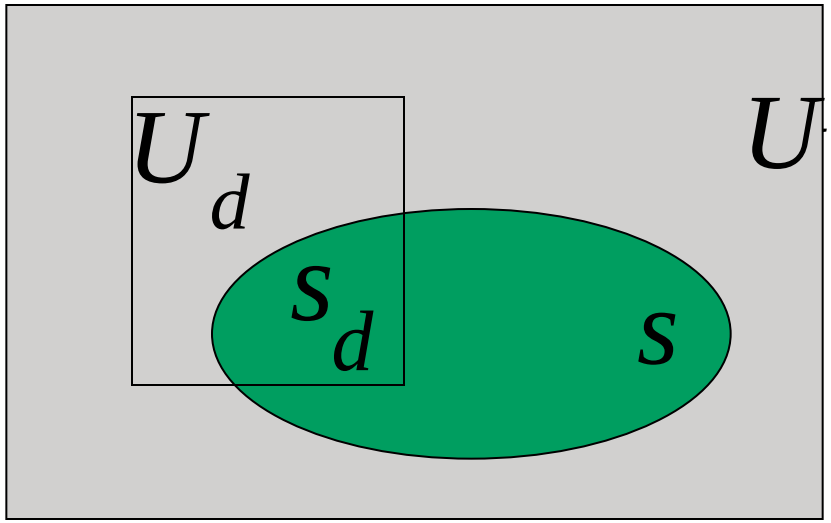
Domains = Strata - Ositteet

$s_d \subset U_d$ Sample in domain d - Otos

Sample size n_d in domain d is fixed

Osajoukon otoskoko on kiinnitetty

$d = 1,...,D$



Unplanned domains - Ei - suunnitellut osajoukot

U Population - Perusjoukko

s Sample - Otos

U_d Population domain d - Osajoukko

$s_d = s \cap U_d$ Sample in domain d - Otos

Sample size n_d in domain d is random

Osajoukon otoskoko on satunaismuuttuja

$d = 1,...,D$

Yleistetty lineaarinen kiinteiden vaikutusten malli (1)

Yhteinen malli kaikille osajoukoille *d*

$$E_m(y_k) = f(\mathbf{x}_k'\boldsymbol{\beta})$$

missä

$f(.)$ mallin funktionaalinen muoto

$\mathbf{x}_k = (1, x_{1k}, \ldots, x_{pk})'$, $k \in U$

$\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p)'$

β_j kiinteät termit (yhteisiä kaikille *d*)

$j = 0, \ldots, p$

Mallilla lasketut sovitteet $\hat{y}_k = f(\mathbf{x}_k'\hat{\boldsymbol{\beta}}),\ k \in U$

Yleistetty lineaarinen kiinteiden vaikutusten malli (2)

Osajoukkokohtaiset vakiotermit

$$E_m(y_k) = f(\mathbf{x}_k'\boldsymbol{\beta})$$

missä

$f(.)$ mallin funktionaalinen muoto

$\mathbf{x}_k = (I_{1k},...,I_{Dk},x_{1k},...,x_{pk})'$, $k \in U$

$I_{dk} = 1$ if $k \in U_d$, $I_{dk} = 0$ muulloin, $d = 1,...,D$

$\boldsymbol{\beta} = (\beta_{01},...,\beta_{0D},\beta_1,...,\beta_p)'$

β_{0d} osajoukkokohtaiset vakiotermit, $d = 1,...,D$

β_j yhteiset kiinteät termit, $j = 1,...,p$

Mallilla lasketut sovitteet $\hat{y}_k = f(\mathbf{x}_k'\hat{\boldsymbol{\beta}})$, $k \in U$

Yleistetty lineaarinen sekamalli

Osajoukkokohtaiset satunnaistermit

(random intercepts)

$$E_m(y_k \,|\, \mathbf{u}_d) = f(\mathbf{x}_k'(\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}_d)),\ d = 1,\ldots,D$$

missä

$f(.)$ mallin funktionaalinen muoto

$\mathbf{x}_k = (1, x_{1k},\ldots,x_{pk})'$

$\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1,\ldots,\beta_p)'$ kiinteät termit

$\mathbf{u}_d = (u_{0d},\ldots,u_{pd})'$ satunnaistermit

Mallilla lasketut sovitteet $\hat{y}_k = f(\mathbf{x}_k'(\hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{\mathbf{u}}_d)),\ k \in U$

Erikoistapauksia

(1) Logistinen kiinteiden tekijöiden malli

$$E_m(y_k) = \frac{\exp(\mathbf{x}_k'\boldsymbol{\beta})}{1+\exp(\mathbf{x}_k'\boldsymbol{\beta})}$$

Sovitteet $\hat{y}_k = \frac{\exp(\mathbf{x}_k'\hat{\boldsymbol{\beta}})}{1+\exp(\mathbf{x}_k'\hat{\boldsymbol{\beta}})}, \quad k \in U$

(2) Lineaarinen sekamalli, satunnaiset vakiotermit

$$E_m(y_k \,|\, \mathbf{u}_d) = \mathbf{x}_k'\boldsymbol{\beta} + u_{0d}, \; d = 1,\ldots,D$$

Sovitteet $\hat{y}_k = \mathbf{x}_k'\hat{\boldsymbol{\beta}} + \hat{u}_{0d}, \quad k \in U$

Osajoukkojen totaalien GREG-estimaattori

Totaaliparametrit $T_d = \sum_{U_d} y_k, \quad d = 1,...,D$

Tulosmuuttuja y jatkuva tai binäärinen

GREG-estimaattorit $\hat{t}_{dGREG} = \sum_{k \in U_d} \hat{y}_k + \sum_{k \in s_d} a_k \hat{e}_k$

missä $a_k = 1/\pi_k$ (asetelmapainot)

$\hat{e}_k = y_k - \hat{y}_k$ (jäännöstermit eli residuaalit)

HUOM: Sovitteet $\hat{y}_k$ lasketaan kulloisenkin mallin avulla

- Population fit regression estimator

Kalibrointi *Calibration*

- Mallista vapaa kalibrointi
  Model-free calibration
  - Särndal C.-E, Swensson B. and Wretman J. (1992). *Model Assisted Survey Sampling*. Springer.
  - Särndal, C.-E. (2007). The calibration approach in survey theory and practice. *Survey Methodology* **33**, 99-119.

- Malliavusteinen kalibrointi
  Model calibration
  - Lehtonen R. and Veijanen A. (2011). Small Area Poverty Estimation by Model Calibration. *Journal of the Indian Society of Agricultural Statistics*. (In press)

Mallista riippumaton kalibrointi

- Laskenta
  - SAS-makro CLAN (SCB, Ruotsi), Theory
  - Andersson, C. and L. Nordberg (1998). A User's Guide to CLAN 97 - a SAS-program for computation of point- and standard error estimates in sample surveys, Statistics Sweden.
  - SPSS-ohjelma g-CALIB (Belgian tilastovirasto)
  - SAS-makro CALMAR (INSEE; Ranska)
  - Bascula (CBS, Hollannin tilastovirasto)
- VLISS-esimerkki
- Ks. jaettu moniste

Malliavusteinen estimointi ja kalibrointi

- Materiaali
  - Lehtonen and Pahkinen (2004) Section 3.3
    - Ratio estimation of population total
    - Regression estimation of totals
  - Lehtonen and Veijanen (2009)
    - Jaettu paperi
  - Tekninen yhteenveto 2
    - Jaettu paperi
  - SAS/SURVEYREG
  - VLISS
    - Training Key 101
      - Regression estimation and Monte Carlo simulation
    - Training Key 104
      - Calibration of weights

TEKNINEN YHTEENVETO 2
Malliavusteinen estimointi

Regressioestimointi

Oletetaan lineaarinen regressiomalli (superpopulaatiomalli)

$$y_k = \alpha + \beta z_k + \varepsilon_k \quad , V(y_k) = \sigma^2 \text{ (varianssi)}$$

Äärellisen perusjoukon vastineet parametreille α ja β ovat *A* ja *B*

A ja *B* estimoidaan painotetulla PNS-menetelmällä (WLS)

SRS-tilanne:

Kulmakertoimen *B* estimaattori $\hat{b} = \hat{s}_{yz} / \hat{s}_z^2$

Vakioparametrin *A* estimaattori $\hat{a} = \bar{y} - b\bar{z}$

Kokonaismäärän T **regressioestimaattori**:

$$\hat{t}_{reg} = N(\bar{y} + \hat{b}(\bar{Z} - \bar{z})) = \hat{t} + \hat{b}(T_z - \hat{t}_z), \text{ missä}$$

$\hat{t}_{HT} = \hat{t} = N\sum_{k=1}^{n} y_k / \pi_k = N\sum_{k=1}^{n} y_k / n = N\bar{y}$ on tulosmuuttujan y

kokonaismäärän $T = \sum_{k=1}^{N} Y_k$ HT-estimaattori (SRSWOR),

$\hat{t}_z = N\sum_{k=1}^{n} z_k / n = N\bar{z}$ on apumuuttujan z kokonaismäärän

$T_z = \sum_{k=1}^{N} Z_k$ HT-estimaattori (SRSWOR)

$\bar{Z} = T_z / N$

Tarvittava lisätieto: Apumuuttujan kokonaismäärä T_z

Asetelmavarianssi (likimääräinen)

$$V_{SRS}(\hat{t}_{reg}) \cong N^2(1-\frac{n}{N})(\frac{1}{n})S_y^2(1-\rho_{yz}^2),$$

missä $\rho_{yz} = S_{yz} / S_y S_z$ on muuttujien *y* ja *z* perusjoukon korrelaatio

Varianssiestimaattori (yksi vaihtoehto)

$$\hat{v}_{SRS}(\hat{t}_{reg}) = N^2(1-\frac{n}{N})(\frac{1}{n})\hat{s}_y^2(1-\hat{\rho}_{yz}^2)$$

Monimuuttujainen regressiomalli

$$y_k = \beta_0 + \beta_1 z_{1k} + \beta_2 z_{2k} + \ldots + \beta_p z_{pk} + \varepsilon_k = \mathbf{z}_k' \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_k$$

missä

$$\mathbf{z}_k = (1, z_{1k}, \ldots, z_{pk})'$$

$$\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_p)'$$

Estimaattorit ja varianssiestimaattorit

Perusmuoto

$$\hat{t}_{reg} = \hat{t}_{HT} + \hat{b}_1 (T_{z_1} - \hat{t}_{z_1}) + \hat{b}_2 (T_{z_2} - \hat{t}_{z_2}) + \ldots + \hat{b}_p (T_{z_p} - \hat{t}_{z_p}) \quad (1)$$

PROC SURVEYREG-muoto

$$\hat{t}_{reg} = \hat{b}_0 N + \hat{b}_1 T_{z_1} + \hat{b}_2 T_{z_2} + \ldots + \hat{b}_p T_{z_p} \qquad (2)$$

```
proc surveyreg data=Sample total=32;
model UE91=HOU85 URB85 / solution;
weight SamplingWeight;
estimate "UE91 Total"
      Intercept 32 HOU85 91753 URB85 7 / E;
run;
```

(Ks: Province91 population)

GREG-muoto (Generalized regression estimator)

$$\hat{t}_{reg} = \sum_{k=1}^{N} \hat{y}_k + \sum_{k=1}^{n} w_k (y_k - \hat{y}_k) \qquad (3)$$

missä $\hat{y}_k = \mathbf{z}_k' \hat{\mathbf{b}}$

HUOM: Termi $\sum_{k=1}^{N} \hat{y}_k$ Synteettinen (malliperusteinen) totaalin regressioestimaattori

Termi $\sum_{k=1}^{n} w_k (y_k - \hat{y}_k)$ Harhan korjaustermi (jäännöstotaalin HT-estimaattori)

Kalibrointiestimaattori

$$\hat{t}_{reg} = \sum_{k=1}^{n} w_k^* y_k \qquad (4)$$

missä

$w_k^* = g_k w_k$ on kalibrointipaino

$w_k = 1/\pi_k$ on asetelmapaino

g_k on g-paino alkiolle k

Varianssiestimaattorit

$$\hat{v}(\hat{t}_{reg}) = N^2(1-n/N)(1/n)\hat{s}^2_{\hat{e}} \qquad (5)$$

missä $\hat{s}^2_{\hat{e}} = \sum_{k=1}^{n}(\hat{e}_k - \bar{\hat{e}})^2/(n-1)$

missä

$$\hat{e}_k = y_k - \hat{y}_k$$

$$\bar{\hat{e}} = \sum_{k=1}^{n}\hat{e}_k/n$$

$$\hat{y}_k = \mathbf{z}'_k\hat{\mathbf{b}}$$

$$\hat{v}(\hat{t}_{reg}) = N^2(1-\frac{n}{N})(\frac{1}{n})(\frac{n-1}{n-p})\hat{s}^2_{\hat{e}*} \qquad (6)$$

missä

$$\hat{s}^2_{\hat{e}*} = \sum_{k=1}^{n}(\hat{e}^*_k - \overline{\hat{e}}^*)^2 /(n-1)$$

$$\hat{e}^*_k = g_k\hat{e}_k \text{ (g-painotetut jäännökset)}$$

$$\overline{\hat{e}}^* = \sum_{k=1}^{n}\hat{e}^*_k / n$$

$$\hat{v}(\hat{t}_{reg}) = N^2(1-n/N)(1/n)\hat{s}_y^2(1-\hat{R}^2) \qquad (7)$$

missä

$\hat{R}^2$ on yhteiskorrelaatiokertoimen neliö

$$\hat{s}_y^2 = \sum_{k=1}^{n}(y_k - \bar{y})^2/(n-1)$$

Kalibrointimenetelmä (Calibration)

g-painot

Tulosmuuttuja *y*

Kalibrointiestimaattori $\hat{t}_{reg} = \sum_{k=1}^{n} w_k^* y_k$,

missä

$w_k^* = g_k w_k$, g_k on g-paino alkiolle k ja $w_k = 1/\pi_k$

jolle pätee $\hat{t}_{reg} = \sum_{k=1}^{n} w_k^* z_k = \sum_{k=1}^{N} Z_k = T_z$ (kalibrointiominaisuus)

Suhde-estimointi (Ratio estimation)

Jatkuva apumuuttuja z

$$g_k = \frac{T_z}{\hat{t}_z}$$

Regressioestimointi (Regression estimation)

Jatkuva apumuuttuja z

$$g_k = \frac{N}{\hat{N}}\left(1 + \frac{\bar{Z} - \bar{z}}{\frac{(n-1)\hat{s}_z}{n}}(z_k - \bar{z})\right)$$

Jälkiositus (Poststratification)

Diskreetti apumuuttuja (luokat $g = 1,\ldots,G$)

$$g_{gk} = \frac{N_g}{\hat{N}_g}, \quad g = 1,...,G$$

missä $\hat{N}_g = \sum_{k=1}^{n_g} w_{gk}$ on jälkiositteen g estimoitu koko

- VLISS-esimerkki

Regressioestimointi - Esimerkki

- **Example 3.13 (Lehtonen – Pahkinen 2004)**

- Yksi apumuuttuja

- Populaatio *Province'91*
- Otosaineisto
  - Aikaisemmin poimittu SRSWOR-otos, $n = 8$ kuntaa
- Strategia
  - SRS*reg

Taulukko

- Province91-perusjoukko
- N = 32 kuntaa
- Tulosmuuttuja
  - UE91
- Apumuuttujat
  - STR osite
    - Kuntamuoto
  - HOU85
    - Kotitalouksien lkm

- Lähde: Lehtonen R. and Pahkinen E. (2004). Practical Methods for Design and Analysis of Complex Surveys. Second Edition. Wiley.

Table 2.1 The *Province'91* population. Percentage unemployment (%UE) and totals of unemployed persons (UE91), labour force (LAB91), population in 1991 (POP91) and number of households (HOU85) by municipality in the province of Central Finland in 1985.

ID	LABEL	STR	CLU	%UE	UE91	LAB91	POP91	HOU85
	Urban			**12.67**	**8022**	**63 314**	**129 460**	**49 842**
1	Jyväskylä	1	1	12.20	4123	33786	67 200	26 881
2	Jämsä	1	2	11.07	666	6016	12907	4663
3	Jämsänkoski	1	2	13.83	528	3818	8118	3019
4	Keuruu	1	2	12.84	760	5919	12707	4896
5	Saarijärvi	1	3	14.62	721	4930	10774	3730
6	Suolahti	1	5	15.12	457	3022	6159	2389
7	Äänekoski	1	3	13.17	767	5823	11 595	4264
	Rural			**12.63**	**7076**	**56 011**	**125 124**	**41 911**
8	Hankasalmi	2	5	15.07	391	2594	6080	2179
9	Joutsa	2	6	9.38	194	2069	4594	1823
10	Jyväskylän mlk.	2	7	11.82	1623	13727	29349	9230
11	Kannonkoski	2	4	18.64	153	821	1919	726
12	Karstula	2	4	13.53	341	2521	5594	1868
13	Kinnula	2	8	13.92	129	927	2324	675
14	Kivijärvi	2	8	15.63	128	819	1972	634
15	Kongink angas	2	3	21.04	142	675	1636	556
16	Konnevesi	2	5	12.91	201	1557	3453	1215
17	Korpilahti	2	1	11.15	239	2144	5181	1793
18	Kuhmoinen	2	2	12.91	187	1448	3357	1463
19	Kyyjärvi	2	4	11.31	94	831	1977	672
20	Laukaa	2	5	12.11	874	7218	16 042	4952
21	Leivonmäki	2	6	10.65	61	573	1370	545
22	Luhanka	2	6	10.34	54	522	1153	435
23	Multia	2	7	11.24	119	1059	2375	925
24	Muurame	2	1	9.79	296	3024	6830	1853
25	Petäjävesi	2	7	15.08	262	1737	3800	1352
26	Pihtipudas	2	8	13.02	331	2543	5654	1946
27	Pylkönmäki	2	4	17.98	98	545	1266	473
28	Sumiainen	2	3	12.80	79	617	1426	485
29	Säynätsalo	2	1	10.28	166	1615	3628	1226
30	Toivakka	2	6	11.72	127	1084	2499	834
31	Uurainen	2	7	16.47	219	1330	3004	932
32	Viitasaari	2	8	14.16	568	4011	8641	3119
	Whole province			**12.65**	**15 098**	**119 325**	**254 584**	**91 753**

Sources: Statistics Finland: Population Census 1985. Statistics Finland (1992): Statistical Yearbook of Finland, Volume 87. Ministry of Labour of Finland (1991): Employment Service Statistics, November 30, 1991.

Table 3.16 A simple random sample drawn without replacement from the Province'91 population prepared for regression estimation

Sample design identifiers					Auxiliary information	WGHT	
STR	WGHT	Element LABEL	Study var. UE91	Variable HOU85	Model group	g-weight	Final *w** weight
1	4	Jyväskylä	4123	26 881	1	0.2844	1.1378
1	4	Keuruu	760	4896	1	1.0085	4.0341
1	4	Saarijärvi	721	3730	1	1.0469	4.1877
1	4	Konginkangas	142	556	1	1.1057	4.6058
1	4	Kuhmoinen	187	1463	1	1.1216	4.4863
1	4	Pihtipudas	331	1946	1	1.1391	4.4227
1	4	Toivakka	127	834	1	1.1423	4.5691
1	4	Uurainen	219	932	1	1.1515	4.5562

Sampling rate = 8/32 = 0.25.

Regressioestimointi - Esimerkki

- Tehdään regressioestimointi kahdella tavalla (saadaan sama numeerinen tulos)
  - Peruskaava (1)
  - Kalibrointiestimaattori (4)
  - Varianssiestimaattori (6)
- Tulosmuuttuja *y*
  - UE91
- Apumuuttuja *z*
  - HOU85 (kotitalouksien lkm kunnassa 1985)

Regressioestimointi - Esimerkki

- Taulukko 3.16
  - Asetelmaindikaattorit vastaavat SRSWOR-tilannetta
  - Poimintasuhde on 0.25.
- Regressiomalli
  - Selitettävä muuttuja UE91
  - Selittäjä HOU85
  - Estimoitu slope (kulmakerroin) = 0.152
- Saadaan regressioestimaatti:

$$\hat{t}_{reg} = \hat{t} + \hat{b}(T_z - \hat{t}_z)$$

$$= 26440 + 0.152(91753 - 164952) = 15312$$

Regressioestimointi - Esimerkki

- Sama piste-estimaatti saadaan kalibrointiestimaattorilla
  - ks. Painot Table 3.16:

$$\hat{t}_{reg} = \sum_{k=1}^{8} w_k^* y_k = 15312$$

Regressioestimointi - Esimerkki

- Varianssiestimaatti
  - Kaava (6) tuottaa tulokseksi

$$\hat{v}_{srs}(\hat{t}_{reg}) = N^2(1-\frac{n}{N})(\frac{1}{n})(\frac{n-1}{n-p})\hat{s}^2_{\hat{e}*}$$

$$= 32^2(1-\frac{8}{32})(\frac{1}{8})(\frac{8-1}{8-2})61.24^2 = 648^2$$

Regressioestimointi - Esimerkki

- Laskenta
  - SAS Procedure SURVEYREG
  - Laskenta: Kaava (2)

PROC SURVEYREG-muoto

$$\hat{t}_{reg} = \hat{b}_0 N + \hat{b}_1 T_{z_1} + \hat{b}_2 T_{z_2} + \ldots + \hat{b}_p T_{z_p} \qquad (2)$$

Proc SURVEYREG

```
**Regression Estimation;
proc surveyreg data=Sample total=32;
title2 "Regression estimation for the
   total of UE91, auxiliary variable
   HOU85";
model UE91=HOU85 / solution;
weight SamplingWeight;
estimate "UE91 Total"
   Intercept 32 HOU85 91753 / E;
run;
```

Proc SURVEYREG

Estimated Regression Coefficients

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	42.6546808	22.1860968	1.92	0.0960
HOU85	0.1520142	0.0007745	196.29	<.0001

Proc SURVEYREG

Coefficients of Estimate "UE91 Total"

Effect	Row 1
Intercept	32
HOU85	91753

Analysis of Estimable Functions

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
UE91 Total	15312.7108	648.160289	23.62	<.0001

Regressioestimointi - Esimerkki

- *Kaksi apumuuttujaa*
  - Populaatio *Province'91*
  - Otosaineisto
    - Aikaisemmin poimittu SRSWOR-otos, *n* = 8 kuntaa
  - Strategia
    - SRS*reg
- Tulosmuuttuja *y*
    - UE91
- Apumuuttujat *z*1 ja *z*2
  - HOU85 (kotitalouksien lkm kunnassa 1985)
  - URB85 (1 = kaupungit, 0 = muut kunnat)

Regressioestimointi - Esimerkki

- Regressiomalli
  - Tulosmuuttuja y: UE91
  - Apumuuttujat

  z1: HOU85

  z2: URB85

$$y_k = \beta_0 + \beta_1 z_{1k} + \beta_2 z_{2k} + \varepsilon_k = \mathbf{z}_k' \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_k$$

Regressioestimointi - Esimerkki

- Laskenta
  - Peruskaava (1)
  - GREG-muoto (3) (Table 3.17)

$$\hat{t}_{reg} = \hat{t}_{HT} + \hat{b}_1(T_{z_1} - \hat{t}_{z_1}) + \hat{b}_2(T_{z_2} - \hat{t}_{z_2})$$

$$= 26440 + 0.14956(91753 - 164952)$$

$$+68.107(7 - 12) = 15152$$

Regressioestimointi - Esimerkki

- GREG-kaava (Table 3.17)
  - Tuottaa saman numeerisen tuloksen (15152) kuin (1)
  - Varianssiestimaatti lasketaan kaavalla (6)

GREG-muoto

$$\hat{t}_{reg} = \sum_{k=1}^{32} \hat{y}_k + \sum_{k=1}^{8} w_k (y_k - \hat{y}_k) = 15152$$

missä

$$\hat{y}_k = \mathbf{z}_k' \hat{\mathbf{b}}$$

$$\mathbf{z}_k = (1, z_{1k}, z_{2k})'$$

$$\hat{\mathbf{b}} = (\hat{b}_0, \hat{b}_1, \hat{b}_2)'$$

Regressioestimointi - Esimerkki

- Laskenta
  - Peruskaava (1)
    - Lisäinfo: Perusjoukon totaalitiedot HOU85 ja URB85
  - GREG-kaava (3)
    - Lisäinfo: Yksikkötason tiedot perusjoukon kaikilta alkioilta
- SAS-laskenta
  - Oma SAS-ohjelmointi
  - Katsotaan harjoituksissa

Proc SURVEYREG

```
**Regression Estimation;
proc surveyreg data=Sample total=32;
title2 "Regression estimation for the
   total of UE91, auxiliary variable
   HOU85 and URB85";
model UE91=HOU85 URB85 / solution;
weight SamplingWeight;
estimate "UE91 Total"
   Intercept 32 HOU85 91753 URB85 7 / E;
run;
```

Proc SURVEYREG

Estimated Regression Coefficients

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
Intercept	29.7768913	19.7517828	1.51	0.1754
HOU85	0.1495578	0.0023199	64.47	<.0001
URB85	68.1072704	62.7319985	1.09	0.3136

Proc SURVEYREG

Coefficients of Estimate "UE91 Total"

Effect	Row 1
Intercept	32
HOU85	91753
URB85	7

Analysis of Estimable Functions

Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Pr > |t|
UE91 Total	15151.9849	568.987386	26.63	<.0001

Table 3.18 Estimates for the population total of UE91 under different estimation strategies: an SRSWOR sample of eight elements drawn from the Province'91 population.

Estimation strategy	Estimator		Estimate	s.e	deff
	Desing-based				
SRSWOR			26 440	13 282	1.0000
SRSWR			26 440	15 095	1.2917
	Design-based model-assisted				
Poststratified estimator		SRS*pos	18 106	6021	0.3323
Ratio estimator		SRS*rat	14 707	892	0.0045
Regression estimator	one z-variable	SRS*reg,1	15 312	648	0.0020
	two z-variables	SRS*reg,2	15 152	569	0.0018

Kirjallisuutta

- OPPIKIRJOJA
- Särndal C.-E., Swensson B. and Wretman J. (1992). Model Assisted Survey Sampling. New York: Springer.
- Lehtonen R. and Pahkinen E. (2004). Practical Methods for Design and Analysis of Complex Surveys. 2nd Edition. Chichester: Wiley.

- ARTIKKELEITA
- Lehtonen R., Särndal C.-E. and Veijanen A. (2003). The effect of model choice in estimation for domains, including small domains. *Survey Methodology,* 29, 33–44.
- Lehtonen R., Särndal C.-E. and Veijanen A. (2005). Does the model matter? Comparing model-assisted and model-dependent estimators of class frequencies for domains. *Statistics in Transition,* 7, 649–673
- Lehtonen R. and Veijanen A. (2009). Design-based methods of estimation for domains and small areas. Chapter 31 in Rao C.R. and Pfeffermann D. (Eds.). *Handbook of Statistics. Sample Surveys: Inference and Analysis. Vol. 29B.* New York: Elsevier.
- Lehtonen R. and Veijanen A. (1998). Logistic generalized regression estimators*. Survey Methodology*, 24, 51–55.