Ei-parametriset ja robustit menetelmät, kevät 2016

Harjoitus 6

1. Luentomonisteen kappaleessa 3.1.3 esiteltiin Friedmanin testin testisuure, joka saatiin konstruoitua käyttämällä pistelukuja $a(i) = i - (k+1)/2$, $i = 1, \ldots, k$. Olkoon k parillinen. Osoita, että Moodin testin testisuure

$$Q = \frac{4(k-1)}{nk} \sum_{j=1}^{k} S_{\cdot j}^2 - n(k-1),$$

jossa

$$S_{\cdot j} = \sum_{i=1}^{n} I\left(R_{ij} > \frac{k}{2}\right),$$

saadaan käyttämällä pistelukuja

$$a(i) = I\left(i > \frac{k}{2}\right) - \frac{1}{2}, \quad i = 1, \ldots, k.$$

Totea myös, että $\sum_i^k a(i) = 0$. Huom! Vastaava tulos voidaan osoittaa myös kun k on pariton.

2. Tutustu luentomonisteen kappaleen 3.1.3 funktioihin `p.Friedman` ja `p.2anova`. Havainnot annetaan ensimmäisessä argumentissa x vektorina, toisessa argumentissa g on käsittelyt (groups) ja kolmannessa argumentissa b on lohkot (blocks). Vertaile Friedmanin testin ja kaksisuuntaisen varianssianalyysin voimakkuuksia, kun $k = 3$ ja $n = 10$ ja havannot tulevat normaalijakaumasta. Olkoon $\tau_i = i$, $i = 1, \ldots, 10$ eli aineistossa on lohkovaikutusta.

$$y_{ij} \sim N(i + \Delta_j, 1)$$

jossa $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ ja $\Delta_3 = \delta$.

Avuksi: Voit kokeilla esimerkiksi arvoa $\delta = 1.5$.

```
> blocks<-rep(1:10,3)
> groups<-c(rep(1,10),rep(2,10),rep(3,10))
> groups<-rep(1:3,each=10)
> delta<-1.5
> Delta<-c(rep(delta,10),rep(0,20))
> y<-rnorm(30) #Ei lohkovaikutusta, ei kasittelyvaikutusta
> y<-rnorm(30)+blocks  #Lohkovaikutus, ei kasittelyvaikutusta
> y<-rnorm(30)+blocks+Delta #Lohkovaikutus ja kasittelyvaikutus
```

3. Simuloi yksi havaintoaineisto edellisen tehtävän mukaisesti. Laske p-arvo Friedmanin testille ja kaksisuuntaiselle varianssianalyysille. Etsi sellainen δ, jolla p-arvot ovat pieniä molemmilla testeillä. Muuta yhtä havaintoaineiston $\{y_{ij}\}$ arvoista ja tee uudelleen Friedmanin testi ja kaksisuuntaiselle varianssianalyysi. Mitä tapahtuu p-arvolle?