

Astrofysiikan peruskurssi I – harjoitus 2 kevät 2024
Ratkaisut on palautettava ma 29.1. klo 12.00 mennessä Moodleen.

1. Laske täydenkuun efektiivinen lämpötila, jos oletetaan, että kuusta tuleva säteily on pelkästään kuun pinnasta heijastunutta auringon valoa. Täydenkuun visuaalinen magnitudi on $m_V = -12.5$. Auringon visuaalinen magnitudi on $m_V = -26.8$ ja efektiivinen lämpötila $T_{\text{eff}} = 5800$ K.
2. Oletetaan, että tähtienvälisessä pilvessä oleva pöly koostuu lämpötilassa T_d olevista hiukkasista, joiden (kauko-infrapuna-alueen) säteilyn spektri on ns. modifioitu mustan kappaleen säteily-spektri

$$I_\lambda \propto \lambda^{-\beta} B_\lambda(T_d),$$

missä $\beta \approx 1-2$. Oletetaan edelleen, että pilvi on optisesti ohut ($\tau_{\text{IR}} \ll 1$). Osoita, että Wienin siirtymälakia vastaavasti säteilyn spektrin maksimikohdan aallonpituudelle on voimassa

$$\left(\frac{T_d}{1 \text{ K}}\right) \left(\frac{\lambda_{\text{max}}}{1 \mu\text{m}}\right) \approx 2900 \left(\frac{5}{\beta + 5}\right).$$

3. (a) Säteilylähteen ympärillä on optisesti ohut materiapilvi. Osoita, että pilvi liikkuu kappaleesta poispäin säteilypaineen vaikutuksesta jos kappaleen massa-luminositeettisuhde $M/L < k/(4\pi Gc)$, missä k on pilven materiaalin keskimääräinen massa-absorptiokerroin.
- (b) Osoita, että pilven saavuttama loppunopeus saadaan kaavasta

$$v^2 = \frac{2GM}{R} \left(\frac{kL}{4\pi GMc} - 1 \right).$$

Pilveen vaikuttavat ainoastaan kappaleen säteilypaine ja gravitaatio, lisäksi pilven ajatellaan aluksi olevan levossa etäisyydellä R kappaleesta.

4. Oletetaan että edellisen tehtävän materiapilvi on ionisoitunutta vetyä, jolloin $k \approx \sigma_T/m_H$, missä $\sigma_T = 6.6524 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$ on Thomsonin vaikutusala ja m_H vetyatomin massa. Laske maksimiluminositeetti, jolla keskusmassa ei puhalla vetyä tiehensä. Tätä nimitetään Eddingtonin luminositeetiksi. Laske suurin mahdollinen pääsarjan tähden massa olettaen, että pääsarjan tähden luminositeetti on verrannollinen massan 3.5 potenssiin, $L \propto M^{3.5}$.
5. Säteilyn aallonpituus laajenevassa maailmankaikkeudessa kasvaa kuten muutkin etäisyydet:

$$\frac{\lambda(t)}{\lambda_0} = \frac{a(t)}{a_0},$$

missä λ_0 ja a_0 ovat säteilyn aallonpituus ja maailmankaikkeuden mittakaavatekijä nykyhetkellä ja $\lambda(t)$ ja $a(t)$ vastaavasti hetkellä t . Vastaavasti taajuuksille pätee:

$$\frac{\nu(t)}{\nu_0} = \frac{a_0}{a(t)}. \quad (*)$$

- (a) Osoita, että säteilytiheyksille u pätee:

$$[a(t)]^4 u(\nu) d\nu = a_0^4 u_0(\nu_0) d\nu_0.$$

- (b) Osoita, lisäksi että jos säteily hetkellä t_0 on mustan kappaleen säteilyä (ts. Planckin laki pätee ja lämpötila on T_0) niin sama pätee hetkellä t ja mustan kappaleen lämpötila on silloin

$$T(t) = \frac{a_0}{a(t)} T_0. \quad (**)$$

Ohje: Fotonien lukumäärä säilyy myös laajenevassa maailmankaikkeudessa. Tilavuus $V(t) \propto [a(t)]^3$. Sijoita b-kohdassa mustan kappaleen säteilytiheyden $u_0(\nu_0)$ lausekkeeseen ν_0 :n arvo lausekkeen () mukaisesti ja vertaa saatua lauseketta kaavaan (**).*