

Astrofysiikan peruskurssi I – harjoitus 6 kevät 2024
Ratkaisut on palautettava ma 26.2. klo 12.00 mennessä Moodleen.

- Oletetaan, että adiabaattisessa tasapainossa olevan harmaan atmosfäärin massa-absorptiokerroin on verrannollinen kaasunpaineeseen. Tarkastellaan (taajuuden yli integroitua) kokonaissäteilyä ja approksimoidaan lähdefunktiota Planckin lailla, $S(\tau) = \sigma T^4$. Osoita että Auringon reunatummeneminen voidaan tällöin esittää kaavalla

$$\frac{I(0, \theta)}{I(0, 0)} = (\cos \theta)^{2(\gamma-1)/\gamma},$$

missä I on kokonaisintensiteetti.

Ohje: Osoita ensin, että $\tau \propto T^{2\gamma/(\gamma-1)}$ ja käytä sitten monisteen s. 79 kaavaa.

- Oletetaan että $T = 10^4$ K ja $P_e = 5 \text{ N m}^{-2} = 50 \text{ dyn cm}^{-2}$.
 - Laske neutraalin natriumin energiatilan $3^2P_{3/2}$ (Natriumin D₂-viivan aiheuttavan siirtymän ylempi tila) miehitys suhteessa perustilaan $3^2S_{1/2}$ sekä suhteessa kaikkiin neutraaleihin Na-atomeihin. D₂-viivan aallonpituus $\lambda = 588.9953$ nm.
 - Laske neutraalin (Na I) ja kerran ionisoituneen (Na II) natriumin suhteelliset osuudet. Onko useamman kerran ionisoituneiden Na-atomien määrä merkittävä?

Ohjeita: Partitiofunktiot ja ionisaatiopotentiaalit löytyvät monisteen taulukoista sivuilta 115, 118 ja 119. Huomaa yksiköt ja että log on 10-kantainen logaritmi.

Energiatilan statistinen paino määräytyy spin-ratakytkennän takia tilan kokonaisimpulssimomentista (eri impulssimomentin z-komponentin arvot): $g = 2j + 1$. Sen saa selville tilan termisymbolista $n^{2s+1}l_j$, jossa n on tilan pääkvanttiluku, s spin, j kokonaisimpulssimomentti ja l rataimpulssimomentti, jota merkitään kirjaimin S ($l = 0$), P ($l = 1$), D ($l = 2$), jne.

- Kaasuseoksessa on 50 massa-% heliumia ja loput vetyä. Seos on termodynaamisessa tasapainossa, sen lämpötila on $T = 10^4$ K ja tiheys $\rho = 10^{-4} \text{ kg m}^{-3}$. Laske paine, elektronipaine ja keskimääräinen molekyyliaino.

Vihje: Vapaat elektronit tulevat tässä tapauksessa pelkästään vedystä. Miksi?

- Auringon pintaosissa ($T \approx 6000$ K) kalsiumin, natriumin ja alumiinin runsaudet suhteessa vedyn runsauteen ovat suunnilleen 2.3, 1.9 ja 2.7 miljoonasosaa. Vertaa näiden alkuaineiden tuottamien vapaiden elektronien lukumäärää vedyn tuottamaan. Partitiofunktioiden arvot ja ionisaatiopotentiaalit voi karkeasti approksimoida monisteen sivujen 116–119 taulukoiden avulla. Voit olettaa, että elektronipaine on noin $P_e \approx 2 \text{ Pa} = 20 \text{ dyn cm}^{-2}$.
- Osoita, että viritystilalla n olevien, q kertaa ionisoituneiden atomien suhteellinen lukumäärä tilalla n' oleviin q' kertaa ionisoituneisiin atomeihin nähden on

$$\frac{N_{qn}}{N_{q'n'}} = \left[\frac{2(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}}{h^3 N_e} \right]^{q-q'} \frac{g_{qn}}{g_{q'n'}} \exp\left(\frac{-\chi_{qn,q'n'}}{kT}\right),$$

missä $\chi_{qn,q'n'}$ on tilojen energian erotus.