

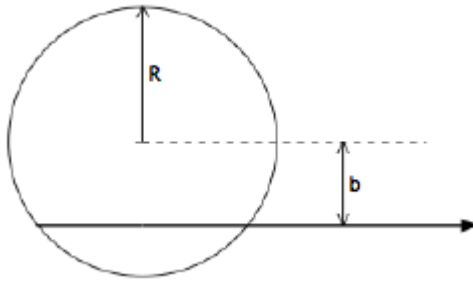
Astrofysiikan peruskurssi I – harjoitus 3 kevät 2024  
Ratkaisut on palautettava ma 6.2. klo 12.00 mennessä Moodleen.

- Todista että pintaehto  $J(\tau = 0) = 2H(\tau = 0)$  on voimassa harmaalle atmosfäärille kun oletetaan isotrooppinen säteilykenttä ulospäin menevälle säteilylle ja ei mitään sisäänpäin menevää säteilyä. Funktioiden  $J$  ja  $H$  määritelmät löytyvät luentomonisteen sivulta 58.
- Osoita, että säteilykuljetusyhtälö pallosymmetrisessä tapauksessa voidaan kirjoittaa muotoon:

$$\cos \vartheta \frac{\partial I_\nu}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial I_\nu}{\partial \vartheta} = \rho(j_\nu - k_\nu I_\nu),$$

missä  $\vartheta$  on säteilyn suunnan kulma pallon säteen  $r$  suuntaan nähden. Selitä myös miksi  $I_\nu$  riippuu koordinaateista  $r$  ja  $\vartheta$ , mutta ei kolmesta muusta koordinaatista jotka esiintyisivät yleisessä tapauksessa.

- Pallomaisen homogeenisen kaasupilven emissiokerroin on  $j_\nu$  ja tiheys  $\rho$ . Pilven säde on  $R$ . Oletetaan, että pilvi on optisesti ohut. Laske pilven Maapallolla havaittu pintakirkkauden jakauma  $b$ :n funktiona käyttäen alla olevaa kuvaa:



- Tarkastellaan edellisen tehtävän pilveä.
  - Mikä on pilven efektiivinen lämpötila  $T_{\text{eff}}$ ?
  - Laske Maassa havaittu pilven vuontiheys  $\mathcal{F}_\nu$ , kun se sijaitsee etäisyydellä  $d$ .
  - Oletetaan että pilvi säteilee termisesti ja sen lämpötila on  $T$ . Osoita, että säteilyn intensiteetti on

$$I_\nu \approx \tau_\nu B_\nu(T),$$

missä  $\tau_\nu$  on (pieni) optinen paksuus. Vertaa kirkkauslämpötilaa  $T_{b,\nu}$  lämpötilaan  $T$ .

- Laske nyt kohdat a, b ja c uudelleen olettaen että pilvi on optisesti paksu ja säteilee kuin musta kappale. Tässä riittävät lyhyemmät vastaukset.
- Osoita, että säteilyvuo  $\mathcal{F}_\nu(\tau_\nu)$  tasopinnan rajoittamassa äärettömän paksussa atmosfäärissä voidaan laskea kaavasta

$$\frac{\mathcal{F}_\nu(\tau_\nu)}{2\pi} = \int_{\tau_\nu}^{\infty} S_\nu(\tau'_\nu) E_2(\tau'_\nu - \tau_\nu) d\tau'_\nu - \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau'_\nu) E_2(\tau_\nu - \tau'_\nu) d\tau'_\nu,$$

missä  $\tau_\nu$  on optinen paksuus pinnalta alaspäin mitattuna,  $S_\nu$  on lähdefunktio ja

$$E_2(x) = \int_1^{\infty} y^{-2} \exp(-xy) dy.$$