

KursdagbokAnalysIh11

Kursdagbok

[Tillbaka till kurssidan](#)

Denna sida innehåller information om det material som behandlats på föreläsningarna (sidan uppdateras **efter** föreläsningarna). Hänvisningar o.d. är till kompendiets numrering. En mapp innehållande föreläsningarna till Analys I från hösten 2006 finns i rum C326.

tis 6.9. Praktisk information. (Kapitel 0.) Mängder och kalkyl med mängder (repetition och påminnelse). (Kapitel 1.) Rationella tal och deras egenskaper. Kvadratroten av 2 är inte ett rationellt tal.

ons 7.9. De reella talen: några alternativa definitioner. De fundamentala egenskaperna (= axiomen) för reella tal. Några vanliga räkneregler för reella tal.

tor 8.9. Absolutbeloppet. Egenskaper och olikheter med absolutbelopp. Triangelolikheterna: formulering, geometrisk tolkning och bevis. Exempel på tillämpningar av triangelolikheterna.

tis 13.9. Uppskattning nedåt med triangelolikheterna. Induktionsprincipen med exempel. Övre och undre gränser till mängder, begränsade och obegränsade mängder.

tis 14.9. Största och minsta tal i en given mängd. Exempel. Definitionen av **supremum** (= minsta övre gräns) och **infimum** (= största undre gräns) till given mängd. Enkla exempel

tor 15.9. Teori: epsilon-kriteriet för supremum och infimum. Räknat exempel där kriteriet tillämpas att finna supremum och infimum. Fullständighetsaxiomet för reella talen. Fråga: hur visa att kvadratroten av 2 existerar (som ett reellt tal)?

tis 20.9. Argumentet att kvadratroten av 2 existerar som ett reellt tal. Arkhimedes sats med tillämpningar: mellan varje par av reella tal finns både rationella och irrationella tal.

ons 21.9. (Kapitel 2 = kapitel 4 i kompendiet) Talföljder. epsilon-definitionen av gränsvärdet till en talföljd. Första exempel på konvergens och divergens för talföljder. Nödvändiga villkor för konvergens av talföljder: Sats 4.2, samt att konvergerande talföljder är begränsade.

tor 22.9. Principen om olikheters bevarande i gränsvärden. Instängningsprincipen (Sats 4.11) med exempel. Algebraiska räkneregler (Sats 4.7) för gränsvärden: summa-, produkt- och kvotregeln. Exempel hur räkneregler används. Bevis av summaregeln.

tis 27.9. Produkt- och kvotregeln för gränsvärden. Exempel. Monotona talföljder (växande eller avtagande följder). Karakterisering av konvergens av monotona talföljder. Exempel: rekursivt definierade följder.

ons 28.9. Exempel: en rekursiv talföljd som approximerar roten av 3. Bernoullis olikhet (s. 7). Sats 4.10 och definitionen av Nepers tal e. Delföljder av en given talföljd.

tor 29.9. Delföljdssatsen (= Bolzano-Weierstrass): varje begränsad talföljd har en **konvergerande** delföljd. Hjälpsats: varje talföljd har en **monoton** delföljd. Cauchys konvergenskriterium (Sats 4.13). Kommentar: konstruktionen av reella talen och Cauchys konvergenskriterium.

tis 4.10. Oegentliga gränsvärden: talföljder som växer eller avtar obegränsat (dvs. divergens mot +/- oändligheten). Basexempel på oegentliga gränsvärden. (Kapitel 3.) Allmänt om avbildningar (= funktioner). Motiverande exempel om gränsvärdet för en funktion.

ons 5.10. Exakta (epsilon,delta) definitionen av gränsvärdet för en funktion i en given punkt. Olika exempel på gränsvärde för funktioner. Ett nödvändigt villkor för existensen av gränsvärdet (Sats 5.2). Exempel där gränsvärdet saknas.

tor 6.10. Vidare exempel där gränsvärdet saknas. Gränsvärdet är entydigt (ifall det existerar). Sats 5.5: om funktionen har ett gränsvärde i en punkt så är funktionen begränsad nära punkten. Algebraiska räkneregler (Sats 5.4) för funktioners gränsvärden. Bevis av summa- och produktregeln, samt motiverande exempel.

tis 11.10. Bevis av kvotregeln. Exempel där räkneregler tillämpas. Generaliseringar av gränsvärdesbegreppet: höger- och vänstergränsvärden, samt exempel.

ons 12.10. Gränsvärdet i oändligheten och minus oändligheten. Diverse exempel. Oegentliga gränsvärden av funktioner.

tor 13.10. Vidare exempel tillsammans med räkneregler. Monotona funktioner (dvs. växande eller avtagande funktioner) samt exempel. Översikt av provområdet samt urval tidigare provuppgifter.

II. perioden

tis 1.11. Gränsvärdet för monotona funktioner (Sats 5.9). (Kapitel 4.) Definitionen av funktioners kontinuitet. Exempel på kontinuerliga och diskontinuerliga funktioner.

ons 2.11. Flera exempel. Algebraiska räkneregler som bevarar kontinuitet av funktioner (nya kontinuerliga funktioner från givna). Exempel: polynom och rationella funktioner är kontinuerliga.

tor 3.11. Kontinuiteten av sammansatta funktioner och exempel. Fundamentala egenskaper hos kontinuerliga funktioner: Bolzanos sats och satsen om mellanliggande värden.

tis 8.11. Exempel: rötter av polynom och fixpunkter för en kontinuerlig funktion. Största och minsta värdet för en funktion i en given mängd. (Weierstrass) min-maxsats: varje kontinuerlig funktion på ett **slutet begränsat** intervall har ett största och ett minsta värde. Steg 1: varje kontinuerlig funktion på ett slutet begränsat intervall är begränsad.

ons 9.11. Steg 2: varje kontinuerlig funktion på ett slutet begränsat intervall antar supremum och infimum till värdemängden. Hjälpsats: kontinuerliga funktioner och konvergerande talföljder (Sats 5.3: (1) implicerar (2)). Exempel på olika tillämpningar och begränsningar av min-maxsatsen.

tor 10.11. Typer av avbildningar: injektioner, surjektioner, bijektioner. Inversa avbildningen till en bijektion. Sats 6.9: om f är en strängt växande (resp., strängt avtagande) kontinuerlig avbildning på ett intervall, så är bildmängden ett intervall och inversa avbildningen till f är **kontinuerlig** och strängt växande (resp., strängt avtagande).

tis 15.11. Tillämpningar av satsen om kontinuiteten av inversa funktioner: konstruktion av funktionen n :te roten av x . (Kapitel 5) Derivatans av en funktion i en punkt: definition, geometrisk tolkning, differentialen (Sats 7.1)

ons 16.11. Deriverbara funktioner är kontinuerliga (i de punkter där derivatan existerar). Deriveringsregler: derivatan av summa- och produktfunktioner, samt exempel. Derivatans av kvoten av två funktioner samt exempel.

tor 17.11. Kedjeregeln: derivatan av en sammansatt funktion och olika exempel. Derivatans av en invers funktion: härledning av deriveringsformeln, minnesregeln och exempel.

tis 22.11. Andra typer av derivator: högre derivator, höger- och vänsterderivata. Egenskaper och tillämpningar av derivatan: tecknet av derivatan och lokala egenskaper hos funktionen (Lemma 8.1). Om funktionen är deriverbar i punkt där maximum eller minimum antas, så måste derivatan vara noll i denna punkt (Kor. 8.2). Rolles sats med tillämpning.

ons 23.11. Medelvärdesatsen (MVS). Tillämpningar: integralkalkylens fundamentalsats och medelvärdesolikheterna. Feluppskattning med hjälp av MVS. Växande funktioner och derivatan (monotonicitetskriterier).

tor 24.11. Strängt växande (eller avtagande) funktioner och derivatan. Exempel. Lokala extremvärdespunkter (definition). Derivatatestet för lokala extremvärden (Sats 8.8 och 8.9), samt exempel.

tis 29.11. Andra derivatatestet för lokala extremvärden (Sats 8.10) samt exempel. Sammanfattning: vad bör man beakta när söker största eller minsta värdet för en given funktion i ett intervall. Exempel. Konvexitet och konkavitet av funktioner: definition.

ons 30.11. Karakterisering av konvex och konkava funktioner med hjälp av andra derivatan (Sats 8.13). Räknade exempel. L'Hospitals regel (enkla formen) och exempel. (Kapitel 6.) Hur definiera exponentfunktionen?

tor 1.12. Konstruktionen av exponentfunktionen. Egenskaper: exponentfunktionen e^x satisfierar additionsformeln, är strängt växande, kontinuerlig och deriverbar i \mathbb{R} . Derivatans $D(e^x) = e^x$ för varje x .

ons 7.12. Exponentialfunktionen växer snabbare än varje polynom. Logaritmfunktionen och dess egenskaper. Generaliserade exponential- och logaritmfunktioner. Tillämpning: $(1 + a/n)^n$ konvergerar mot e^a då n går mot oändligheten. Hyperboliska funktionerna och deras inversa funktioner (areafunktionerna).

tor 8.12. Trigonometriska funktionerna: definition och basegenskaper av sinus, cosinus och tangentfunktionen (kontinuitet, derivator, periodicitet). Kort om arkusfunktionerna (inversa funktioner till de trigonometriska funktionerna) och deras derivator. Översikt av provområdet.

Här finns övningsmaterial innehållande väsentliga delar av kursen till genomgång för [1. kursprovet](#) (material från år 2009) och [2. kursprovet](#) (material från 2010).