

# Funktionaalianalyysin peruskurssi, kevät 2010

## Funktionaalianalyysin peruskurssi, kevät 2010

### Luennoitsija

[Hans-Olav Tylli](#)

### Laajuus

10 op.

### Tyyppi

Syventävä opinto

### Esitietovaatimukset

Yhden ja useamman muuttujan analyysin perustiedot (kurseista Analyysi I & II, sekä Vektorianalyysi), lineaarialgebran peruskäsitteet (vektoriavaruus ja lineaarikuvaus) sekä metrisen avaruuden perusteet (kurssista Topologia I). Joissakin sovelluksissa ja esimerkeissä tarvitsemme Lebesguen integraalin perusominaisuuksia, mutta **kurssin voi seurata samanaikaisesti Mitta ja integraalin kanssa** (silloin omaehtoinen kertaaminen tai asioihin tutustuminen saattaa joskus olla tarpeen).

### Luentoajat

Viikot 3-9 ja 11-18 ma 10-12 ja ke 12-14 C323. **Huom:** väliviikolla 10 ei luentoja tai laskuharjoituksia. II. periodi alkaa **ma 15.3.**

Pääsiäisloma 1.-7.4.

### Kokeet

Kaksi kurssikoetta, tai erilliskoe.

1. kurssikoe: **torstaina 18.3. klo 16.00-18.00** salissa D123. Ottakaa yhteys luennoijaan jos ehdotettu aika ei sovi!

**Koeealue:** luvut 1, 2, 3, ja 4, kohdat 4.1-4.40 (vanhassa versiossa; kohdat 4.1-4.41 vuoden 2010 versiossa). Kurssikansioiden huoneesta C326 löytyy kurssin vuoden 2008 kurssikansio, jossa on kokoelma luennoijan laatimia vanhoja koetehtäviä (+ joitakin mallivastauksia).

2. kurssikoe: **perjantaina 14.5. klo 11.00-14.00** salissa D123. Ottakaa yhteys luennoijaan jos ehdotettu aika ei sovi! (Vaihtoehtoinen koetilaisuus järjestetään tarvittaessa.)

**Koeealue:** luvut 5-9 (**poislukien** luvusta 5 osat 5.19-5.25 (sovellus **Sturm-Liouville ongelmaan**) ja luvusta 9 osat **Bilineaariluvut ja Lax-Milgramin lause** sekä **Transpoosi**, joita ei luennoitu v. 2010). Muista myös, että lukujen 1-4 perustietoja tarvitaan edelleen tässä.

Erilliskokeita mm. ti 11.5 ja ti 18.5 (uusi), sekä myöhemmin ilmoittautumalla. Erilliskokeen koeealueena on vuonna 2010 luennoitu versio kurssista (vrt. kurssikokeiden koeealueet).

Ohessa myös vanhoja kurssikoetehtäviä (v. 1998, 2001, 2008): [1kurssikoe](#) ja [2kurssikoe](#)

Kokoelma (luennoijan laatimia) erilliskokeita löytyy tästä [FApkerilliskokeet](#).

Muistutus: kurssimateriaalin järjestys oli aikaisemmin vähän erilainen, sekä joinakin vuosina laajempi, mm. kompaktisuus ja Ascoli-Arzelan lause on myös käsitelty silloin.

### Sisältö

Funktionaalianalyysin peruskurssi on tärkeimpiä matemaattisen analyysin syventäviä kurseja sekä yleisen että soveltavan matematiikan opiskelijoille. Tutustumme ainakin seuraaviin keskeisiin aiheisiin:

- Banach avaruus (= täydellinen normiavaruus): määritelmä ja perusesimerkit
- täydellisyys ja sen sovellukset (mm. kiintopistelause).
- Hilbert avaruus: perusominaisuudet, ortogonaaliset projektiot, ortonormaalit kannat; optimointi Hilbert avaruuksissa
- Fourier sarjojen  $L_2$  teoria
- jatkuvat lineaariset operaattorit ja niitä koskevat peruslauseet: Neumannin sarja, tasaisen rajoituksen periaate (Banach-Steinhaus), avoimen kuvauksen lause, suljetun kuvaajan lause
- distributioiderivaatta ja Sobolev avaruus

- Hahn-Banachin laajennuslause ja dualiteetti, refleksiivisyys
- operaattorin adjungaatti

Sovelluksina mm. Fourier sarjojen perusteoria ja integraaliyhtälöiden ratkaiseminen.

## Kirjallisuus

Kurssi seuraa monistetta Astala-Piironen-Tylli: **Funktionaalianalyysin peruskurssi**. Linkki vuoden 2008 versioon löytyy [tästä](#).

Oheisesta linkistä [luvut0-9](#) löytyy **vuoden 2010 parannettu, valmiimpi versio** (nyt kurssin loppuun). **Huom:** tässä on myös korjattu luvun 5 Fourier-sarjojen yhteenvedossa ollut virhe (kohta 3; s. 98).

## Ilmoittaudu

Unohditko ilmoittautua? [Mitä tehdä](#).

## Laskuharjoitukset

Ryhmä	Päivä	Aika	Paikka	Pitäjä
1.	to	10-12	B322	Juha Ruokolainen

1. laskuharjoitus to 28.1. Laskuharjoituksista saa lisäpisteitä (kurssikokeitten tai erilliskokeen pistesumman päälle) ratkaistuista tehtävistä: 20% = +1p, 30% = +2p, 40% = +3p, 50% = +4p, 60% = +5p, 70% = +6p.

Laskuharjoitustehtävät:

- [Harjoitus 1](#)
- [Harjoitus 2](#)
- [Harjoitus 3](#)
- [Harjoitus 4](#)
- [Harjoitus 5](#)
- [Harjoitus 6](#)
- [Harjoitus 7](#)
- [Harjoitus 8](#)
- [Harjoitus 9](#)
- [Harjoitus 10](#)
- [Harjoitus 11](#)
- [Harjoitus 12](#)
- [Harjoitus 13](#)