

Todennäköisyyslaskenta, syksy 2011

Todennäköisyyslaskenta, syksy 2011

Luennoitsija

[Petri Koistinen](#)

Uutisia

Yleistenttien yhteydessä pidettävässä Todennäköisyyslaskennan tenteissä sallitaan MAOL-taulukot ja laskin (26.1.2012 pidettävästä tentistä lähtien), mutta lunttilappua ei sallita.

Laajuus

10 op.

Asema opetuksessa

Aineopintoja.

Tilastotieteen pääaineopiskelijoille pakollinen aineopintojen kurssi. Pakollinen niille sivuaineopiskelijoille, jotka aikovat suorittaa tilastotieteen aineopinnot. Taloustieteen pääaineopiskelijoille tilastotieteen sivuaineopintojen pakollinen kurssi. Kurssi sopii hyvin myös tietyille matematiikan linjoille (suositeltu kurssi ainakin vakuutus- ja finanssimatematiikan linjalla).

Esitietovaatimukset

Esitietoina tarvitaan perustiedot todennäköisyyslaskennasta (esim. kurssi Johdatus todennäköisyyslaskentaan). Lisäksi tarvitaan perusvalmiudet yhden ja useamman muuttujan differentiaali- ja integraalilaskennasta sekä perustiedot vektorien ja matriisien laskutoimituksista.

Luentoajat

7.9.-17.10. ja 31.10.-12.12. ma 9-12, ke 12-14 CK112, lisäksi laskuharjoituksia 2 viikkotuntia.

Ma 5.9. ei pidetä luentoa yliopiston avajaisten sekä uusien kansainvälisten opiskelijoiden orientoivan jakson takia. Ensimmäinen luento pidetään ke 7.9. Laskuharjoitukset alkavat I periodin toisella viikolla.

Uutisia

Kurssikokeiden arvostelu valmistui 2.1.2012. Toisen kurssikokeen tehtävien ratkaisut löytyvät alta. Tulokset ovat ilmoitustaululla.

Kokeet

- 1. kurssikoe 21.10. 13-15 Exactumin auditorioissa
- 2. kurssikoe 19.12. 13-15 Exactumin auditorioissa

Jos kurssi suoritetaan kurssikokeilla, niin laskuharjoitustehtävien ratkaisuista annetaan lisäpisteitä koepisteiden lisäksi. Jotta kurssin saisi suoritettua kurssikokeilla, kummastakin kurssikokeesta pitää saada vähintään kolme pistettä. Lisäksi kurssikokeiden (a 24 pistettä) pisteiden sekä lisäpisteiden summan pitää yhteen laskettuna olla vähintään 22.

Ensimmäisessä kurssikokeessa sallitut apuvälineet ovat 1) laskin sekä itse laadittu, A4-kokoinen käsinkirjoitettu 2) lunttilappu.

Toisessa kurssikokeessa sallitaan laskimen ja lunttilapun lisäksi MAOL-taulukot.

Laskuharjoituksista saa lisäpisteitä seuraavasti:

- 20 % - 1 p; 30 % - 2 p; 40 % - 3 p, 50 % - 4 p; 60 % - 5 p; 70 % - 6 p; 80 % - 7 p.

Ohjeita v. 2012 erilliskokeita varten

Sallitut apuvälineet ovat laskin ja MAOL-taulukot. Lunttilappua ei sallita (mutta keskeisten kaavojen kokoaminen erilliselle paperille voi olla hyvä tapa valmistatutua kokeeseen). Koealue on yhdiste ensimmäisen ja toisen kurssikokeen koealueista. Muutenkin kannattaa tutustua näitä kokeita varten alla annettuihin ohjeisiin

Ohjeita toista kurssikoetta 19.12. varten

- Koealue: monisteen luvut 5-9, mutta ei jaksoja 5.5, 8.6, eikä 9.5; harjoitukset 6-10.
- Kokeessa ei kysytä
 - o tiheysfunktion muuntokaavaa, kun muunnos ei ole bijektio (kaava (8.18))
- Kokeessa saa käyttää laskinta ja MAOL:in taulukkoja, ja sinne saa tuoda itse laaditun, A4-kokoisen käsinkirjoitetun lunttilapun.

- Opettele seuraavat jakaumat
 - o Tasajakauma tasoalueessa (tf)
 - o Trinomijakauma (ptnf ja toistokoemääritelmä)
 - o Moniulotteinen normaalijakauma (määrittely kaavalla $X = \mu + A U$, jossa U:lla moniulotteinen standardinormaalijakauma ja μ ja A ovat vakiovektori ja vakiomatriisi).
- Myös muita moniulotteisia jakaumia saattaa tehtävissä esiintyä, mutta silloin ne karakterisoidaan tehtävänannossa.
- Seuraavat aiheet ovat esiintyneet usein toisessa kurssikokeessa
 - o kaksiulotteisen jakauman ominaisuuksien selvittäminen, kun sen tiheysfunktio (ptnf) annetaan (ehkä vakiota vaille)
 - o tiheysfunktion muuntokaava (jacobiaani)
 - o yhteisjakauman käsittely kertolaskukaavan avulla
 - o ehdollistaminen (esim. odotusarvon laskeminen iteroituna odotusarvona)
 - o odotusarvon laskukaavat satunnaisvektorille ja -matriisille (esim. kaavat (8.6), (8.7) ja (8.8)); kovarianssin laskeminen kaavojen (8.10) ja (8.11) avulla.
 - o moniulotteinen normaalijakauma
- Tee laskuissa järkevyytarkistuksia
- Jos törmäät laskussa hankalaan kohtaan ja joudut aikapulaan, niin selosta koepaperissa, millä strategialla olet laskua laskemassa. Hyvästä strategiasta voi saada yllättävän paljon pisteitä.
- Toisen kurssikokeen [tehtävät](#)

Ohjeita ensimmäistä kurssikoea 21.10. varten

- Koealue: monisteen luvut 1-4. Harjoitukset 1-5.
- Kokeessa ei kysytä ainakaan seuraavia asioita
 - o Jakso 2.8: k_f :n yleistetty käänteisfunktio; jakauman kvantiilin määrittely yleisessä tapauksessa.
 - o Jakso 4.1.4: negatiivisen binomijakauman ominaisuuksien selvittäminen binomisarjan avulla.
 - o Jakso 4.2: beetafunktion esittäminen gammafunktion avulla.
- Sallitut apuvälineet ovat laskin sekä itse laadittu, A4-kokoinen käsinkirjoitettu lunttilappu.
- Opettele seuraavat jakaumat niin, että osaat kirjoittaa niiden ptnf:n tai tf:n ja osaat johtaa sujuvasti niiden ominaisuuksia (kuten odotusarvon ja varianssin). Tilastotieteen kirjallisuudessa käytetään näitä jakaumia niin usein, että ne pitää oppia vähintäänkin tunnistamaan tämän kurssin jälkeen.
 - o Bernoullin jakauma ja binomijakauma.
 - o Poissonin jakauma
 - o välin (a,b) tasajakauma
 - o eksponenttijakauma
 - o normaalijakauma
- Myös muita jakaumia saattaa tehtävissä esiintyä, mutta silloin ne karakterisoidaan tehtävänannossa.
- Tee laskuissa järkevyytarkistuksia:
 - o onko laskemani t_n p välillä $0 \leq p \leq 1$?
 - o onko laskemani varianssi varmasti ≥ 0 ?
 - o onko laskemani ei-negatiivisen satunnaisuuttujan odotusarvo varmasti ≥ 0 ?
 - o onko laskemallani kertymäfunktioilla kertymäfunktion ominaisuudet?
 - o onko johtamani tiheysfunktio varmasti ≥ 0 ?
- Jos törmäät laskussa hankalaan kohtaan ja joudut aikapulaan, niin selosta koepaperissa, millä strategialla olet laskua laskemassa. Hyvästä strategiasta voi saada yllättävän paljon pisteitä.
- Ensimmäisen kurssikokeen [tehtävät](#).

Kurssin voi suorittaa myös erilliskokeella laitoksen yleisenteissä, mutta tällöin laskuharjoituspisteitä ei oteta huomioon (ellei toisin mainita).

Tavoitteet ja sisältö

Tavoitteet ja sisältö

Kurssin tavoitteena on opettaa sellaisia todennäköisyyslaskennan käsitteitä ja tekniikoita, joita jokainen tilastotieteilijä tai muu todennäköisyyslaskennan soveltaja tarvitsee. Tavoitteena on pikemminkin oppia laskemaan todennäköisyyslaskennan käsitteillä kuin tarkastella todennäköisyyttä matemaattisena struktuurina.

Kurssin keskeistä sisältöä on mm.

- todennäköisyys ja ehdollinen todennäköisyys, sekä näiden perusominaisuudet
- satunnaisuuttujat sekä niiden jakaumat
- satunnaisuuttujan tai sen muunnoksen odotusarvo
- jakaumien tavanomaiset tunnusluvut
- tietyt sovelluksissa usein esiintyvät yksiulotteiset jakaumat
- kaksi- ja useampiulotteiset jakaumat
- muuttujanvaihtokaava tiheysfunktiolle sekä yksi- että moniulotteisessa tapauksessa
- ehdollinen jakauma sekä ehdollinen odotusarvo
- moniulotteinen normaalijakauma eli multinormaalijakauma
- suurten lukujen laki, keskeinen raja-arvolause sekä eräät näihin tuloksiin perustuvat approksimaatiot

Päiväkirja

- Viikko 51: ma 19.12. toinen kurssikoe.
- Viikko 50: ma 12.12. kertausluento; ei muuta ohjelmaa tällä kurssilla.
- Viikko 49: luennot normaalisti ma ja ke; ti ei harjoituksia (itsenäisyyspäivä). Ma jaksot 9.3-9.8 (jakso 9.5 jätetään väliin).
- Viikko 48: Luku 8 (ei jaksoa 8.6); jaksot 9.1 ja 9.2.
- Viikko 47: ma jaksot 7.4 ja 7.5.

- Viikko 46: ma jaksot 6.11, 6.12 ja 7.1.; ke jaksot 7.2 ja 7.3 sekä esimerkki 7.4 jaksosta 7.5.
- Viikko 45: ma jaksot 6.4 - 6.8.; ke jaksot 6.9 ja 6.10.
- Viikko 44: ma luku 5 (jakso 5.5 jätetään väliin); ke jaksot 6.1 - 6.3; ei laskuharjoituksia.
- Viikko 42: ma 17.10. kertausluento; pe 21.10. kurssikoe; ei laskuharjoituksia.
- Viikko 41: Luku 4 loppuun.
- Viikko 40: Luku 3 loppuun sekä jakso 4.1.1.
- Viikko 39: jakso 2.7, 2.8 (ei määritelmää 2.10 eikä lausetta 2.10), jakso 2.9, jakso 2.10 (s. 38 loppuun), jakso 3.1 (mutta lauseen 3.2 todistukseen palataan).
- Viikko 38: ma, jaksot 2.2-2.4; ke jaksot 2.5 ja 2.6 (ja jakson 2.7 alku).
- Viikko 37: ma, jaksot 1.3, 1.6, 1.7., 1.8 ja 1.9; ke, jaksot 1.4, 1.5 ja 2.1.
- Viikko 36: luennot aloitettiin ke; [johdantoa](#); monisteen jaksot 1.1 ja 1.2; jaksosta 1.3 katsottiin määritelmä 1.2 ja kaava (1.2).

Kirjallisuus

- [Luentomoniste](#).

Ilmoittaudu

Unohditko ilmoittautua? [Mitä tehdä](#).

Laskuharjoitukset

- [1. harjoitus](#), 13.-16.9.
- [2. harjoitus](#), 20.-23.9.
- [3. harjoitus](#), 27.-30.9.
- [4. harjoitus](#), 4.-7.10.
- [5. harjoitus](#), 11.-14.10.
- [6. harjoitus](#), 8.-11.11.
- [7. harjoitus](#), 15.-18.11.
- [8. harjoitus](#), 22.-25.11.
- [9. harjoitus](#), 29.11.-2.12.
- [10. harjoitus](#), 7.-9.12.

Ryhmä	Päivä	Aika	Paikka	Pitäjä	
1.	ke	10-12	C129	Antti Kuukka	
2.	ke	14-16	CK108	Timo Knürr	
3.	pe	15-17	C122	Markku Malmivuori	⚠ Huom! Aika muuttunut aiemmasta!
4.	ti	16-18	B321	Hoa Ngo	