

# Lineaaristen operaattorien dynamiikka, syksy 2010

## Lineaaristen operaattorien dynamiikka (5 op), syksy 2010

### Ajat ja paikat

Opettaja: [Pekka Nieminen](#)

Luennot: II periodilla (viikot 44-50) maanantaisin 12-14 ja keskiviikkoisin 14-16 salissa B321. Ensimmäinen luento maanantaina 1.11. Kurssi luennoidaan suomeksi.

Harjoitukset: keskiviikkoisin 16-18 salissa B321, alkaen 10.11.

Tehtävät: [1](#), [2](#), [3](#), [4](#), [5](#), [6](#)

Ratkaisut: [1](#), [2](#), [3](#), [4](#), [5](#), [6](#)

### Suorittaminen

Kurssin voi suorittaa osallistumalla viikoittaisiin harjoituksiin aktiivisesti (vähintään puolet tehtävistä on ratkaistava). Loppukokeella kurssin voi suorittaa perjantaina 17.12. klo 8.30-12.30 järjestettävän yleistentin yhteydessä.

Vuoden 2011 yleistenteissä kurssia voi suorittaa, jos sopii siitä hyvissä ajoin luennoijan kanssa.

### Luentomuistiinpanot ja kirjallisuutta

[Luentomuistiinpanot](#)

Muuta hyödyllistä kirjallisuutta:

- F. Bayart & É. Matheron, *Dynamics of Linear Operators*, Cambridge Univ. Press, 2009. (laaja monografia)
- J. H. Shapiro, *Notes on the dynamics of linear operators*, 2001. (melko helppolukuiset luentomuistiinpanot, eivät kata koko kurssia)
- N. S. Feldman, *Linear chaos?*, 2001. (johdatus kurssin viimeisen jakson aihepiiriin)

### Kurssikuvaus

**Lineaaristen operaattorien dynamiikassa** tutkitaan lineaaristen operaattorien iterointiin liittyviä kysymyksiä ja ilmiöitä. Kyseessä on varsin moderni funktionaalianalyysin osa-alue, sillä suurin osa aihetta käsittelevästä tutkimuksesta on syntynyt vasta 1990- ja 2000-luvulla. **Esitiedoiksi** riittävät kuitenkin [Funktionaalianalyysin peruskurssin](#) tiedot. Lisäksi joissakin esimerkeissä tarvitaan analyttisiä funktioita, joten [Funktioiteoria I](#) on hyödyksi.

Keskeinen kurssilla tarkasteltava käsite on operaattorin **hypersyklisyys**. Jos  $T$  on lineaarinen operaattori (esimerkiksi Banachin avaruudessa  $X$ , sanomme, että  $T$  on *hypersyklinen*, mikäli on olemassa sellainen  $X$ :n vektori  $x$ , jonka *rata*  $\{x, Tx, T(Tx), \dots\}$  on tiheä avaruudessa  $X$ . Monet konkreettisetkin operaattorit osoittautuvat hypersyklisiksi (vaikka sitä ei usein näekään suoraan määritelmän perusteella), klassisena esimerkkinä operaattori  $T = 2B$ , jossa  $B$  on "siirto taaksepäin" eli  $B(x_1, x_2, \dots) = (x_2, x_3, \dots)$  jonoavaruudessa  $\ell^2$ . Itse asiassa lineaaristen operaattorien dynamiikka ääretönulotteisissa avaruuksissa voi olla yllättävänkin rikasta ja monipuolista, sillä vektorien radat saattavat käyttäytyä hyvinkin arvaamattomasti. Hypersyklinen lineaarinen operaattori voi olla jopa **kaottinen** tavalla, joka on yleensä totuttu liittämään *epälineaarisiin* systeemeihin!

Kurssi on matematiikan **syventävien opintojen erikoiskurssi**, joka sopii valinnaiseksi opintokohteeksi kaikille matematiikan ja soveltavan matematiikan perus- ja jatkotutkinto-opiskelijoille. Erityisen soveltuva se on ainakin analyysin, soveltavan analyysin ja matemaattisen fysiikan linjoilla.