

Funktionaalianalyysi II, syksy 2011

Funktionaalianalyysi II, syksy 2011

Luennoitsija

[Jari Taskinen](#)

Ajankohtaista / Important!

Tehtäväsetin 4 painovirhe tehtävässä 5.-6. on korjattu, alla uusi versio.
Loppuvuoden ohjelma:

- Toinen välikoe on to 15.12. klo 13-15 sali A111
- 4. laskuharjoitussetti palautetaan viimeistään 13.12 luennon alussa.
- Ylimääräinen luento ma 5.12. klo 14-16 sali B120
- Ylimääräinen luento pe 9.12. klo 14-16 sali C123
- Keskiyökokouksen 14.12 klo 16 osallistumme laitoskollokviioon. Aihe liittyy läheisesti kurssiin!

2. välikokeeseen valmistaudutaan siten, että pe 9.12 luennolla käydään läpi 3. laskuharjoituksen tehtäviä ja ti 13.12 luennolla 4. laskuharjoituksen tehtäviä. Muilla luennoilla käsitellään jäljellä olevaa teoriaosuutta.

Kurssin perustietoja

Kurssin laajuus on 10 op. Se kuuluu syventäviin opintoihin. Esitietoina tarvitaan hyvät analyysin ja metristen avaruuksien perustiedot, sekä tutustuminen Lebesguen mitta- ja integrointiteorian sekä funktionaalianalyysin alkeisiin. Funktionaalianalyysin peruskurssin suorittaminen on tietysti avuksi mutta ei täysin välttämätöntä.

Kummankin periodin lopussa on kurssikoe. Laskuharjoitusryhmää ei ole, mutta kurssiin liittyy luennoilla jaettava kotilaskuja, joista voi saada lisäpisteitä.

Kurssin sisältö

Kurssin teema on Funktionaalianalyysin sovellutukset. Keskeiset aihepiirit ovat distribuutioteoria ja Sobolev-avaruuudet. Distribuutioteorian sovellutukset Fourier-muunnoksen teoriaan täydentää luentosarjan "Fourier-analyysi" materiaalia.

- Distribuutioteoriassa määritellään Diracin mitat, joita sanotaan myös yleistetyiksi funktioiksi. Esimerkiksi reaaliakselin pisteen 0 Diracin mitta voidaan havainnollistaa ko. pisteeseen keskittyneellä, ykkösen suuruisella massalla. Diracin mittojen avulla voidaan esimerkiksi derivoida epäjatkuvia funktioita ns. distribuutioderivaattoina. Distribuutioderivaatat puolestaan liittyvät osittaisdifferentiaaliyhtälöiden (ODY) heikkoihin (tai yleistettyihin) ratkaisuihin, ja niillä on keskeinen rooli monissa ODY:jen ratkaisumenetelmissä.
- Sobolev-avaruuudet muodostuvat funktioista, joiden distribuutioderivaatat kuuluvat sopiviin L_p -avaruuksiin. Sobolev-avaruusmenetelmä elliptisille ODY-reunaongelmille on yksinkertaisessa erikoistapauksessa hahmoteltu Funktionaalianalyysin peruskurssilla, mutta tällä kurssilla käydään asiat läpi yksityiskohtaisemmin ja yleisemmissä, sovellutusten kannalta kiinnostavissa tapauksissa.
- Fourier-muunnos on lineaaristen ODY:jen klassinen perustyökalu, sillä esimerkiksi lineaarisen lämpöyhtälön Cauchyn probleema ratkeaa triviaalisti ottamalla Fourier-muunnos. Fourier-muunnoksen käsittelyssä tarvitaan myös distribuutioteoriaa: vakiofunktion Fourier-muunnos on pisteen 0 Diracin mitta kertaa normitusvakio.

Luentoajat

Viikot 36-42 ja 44-50 ti 12-14 C123, ke 16-18 C123. Laitoskollokviopäivinä poikkeusjärjestely.

Materiaali

Luentomuistiinpanot, paperikopio on nähtävissä huoneessa C326.

Oheiskirjallisuutena voi tutustua seuraaviin:

Adams: Sobolev spaces.

Barros-Neto: Introduction to the theory of distributions.

Brezis: Analyse fonctionnelle.

Edmunds-Evans: Spectral theory and differential operators.

Horvath: Topological vector spaces and distributions.

Reed-Simon: Methods of modern mathematical physics II.

Rudin: Functional analysis.

[Laskuharjoitussetti 1](#)

[Laskuharjoitussetti 2](#)

[Laskuharjoitussetti 3](#)

[Laskuharjoitussetti 4](#), versio 1.1

Laskuharjoitustehtävät palautetaan luennoitsijalle, 4. setin palautusaika viim. ti 13.12. Laskutehtäviä tulee kaikkiaan 35-40 kappaletta, ja niiden suorittamisesta saa lisäpisteitä seuraavasti: 10 teht. = 1 pist., 17 teht. = 2 pist., 24 teht. = 3 pist., 30 teht. = 4 pist.

Ilmoittaudu

Unohditko ilmoittautua? [Mitä tehdä.](#)