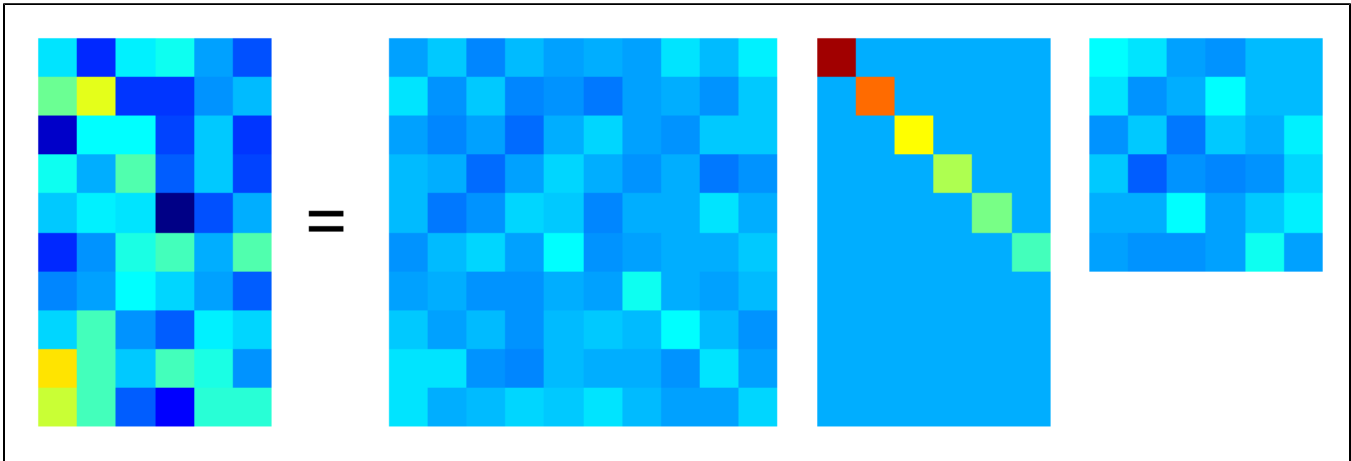


# Matriisilaskennan sovellukset, syksy 2012

Matriisilaskennan sovellukset, syksy 2012

Applications of matrix computations, fall 2012



Yritysten tuotekehitys perustuu yhä useammin laskennalliseen tekniikkaan ja matemaattiseen mallinnukseen, joissa numeerinen matriisilaskenta on ydinmetodologia. Kalliita fyysisiä kokeita, kuten autojen törmäystestejä, voidaan toteuttaa simulaatioiden avulla. Monimutkaisia mittalaitteita voidaan korvata epäsuorien mittausten matemaattisella tulkinalla: esimerkiksi Envisat-satelliitti selvittää otsonikerroksen paksuutta mittaamalla tähtien valon vaimenemista ilmakehässä ja ratkaisemalla tomografisen ongelman. Tällainen automaattinen ja jatkuva seuranta on käytännöllisempää kuin havaintopallojen lähettäminen lukemattomista maantieteellisistä sijainneista.

Digitalisoituvassa maailmassa tuotteet ja palvelut ovat algoritmeja. Esimerkiksi Googlen hakukone käyttää matriisien ominaisarvoja, ja virtuaalimaailmojen valaistus lasketaan radiosity-menetelmällä kääntämällä valaistusmatriisi.

Sanottakoon tämä tässäkin: teollisuudessa esiintyviä matemaattisia ongelmia ei voi ratkaista ainoastaan liitutaululla, vaan lopputuloksen on aina oltava algoritmi.

Sovellustöihin pyrkivältä matemaatikolta kysytään tyypillisesti nämä kaksi kysymystä:

1. Osaatko ohjelmoida matemaattisia menetelmiä esimerkiksi Matlabilla?
2. Oletko työskennellyt kohinaisen datan parissa?

Tämän kurssin käytyäsi voit vastata myöntävästi molempiin kysymyksiin.

Matematiikan tutkimuksessakin on mahdollista tuottaa uutta tietoa ja testata hypoteeseja tietokonelaskennan avulla. Useimmat numeeriset ongelmat muotoillaan matriisilaskun avulla Matlab-ohjelmistolla.

Kurssilla perehdytään keskeisiin matriisitekniikoihin ja niiden toteutukseen Matlab-ohjelmalla. Tulosten visualisointiin kiinnitetään erityistä huomiota. Käsiteltäviä aiheita ovat

- Lineaarinen pienimmän neliösumman tehtävä
- Neliömuodot
- Ominaisarvot ja diagonalisointi
- Matriisin ortogonaalisuus
- Matriisihajotelmat (singulaariarvohajotelma, QR-hajotelma)

(Ylläoleva kuva esittää satunnaisen matriisin singulaariarvohajotelmaa. Se on luotu tällä [Matlab-tiedostolla](#).)

---

## Luennoitsija / Lecturer

Samuli Siltanen

---

## Laajuus / Credit units

5 opintopistettä / credit units.

---

## Tyyppi

Aineopintoja

---

## Esitietovaatimukset / Necessary preliminary knowledge

Lineaarialgebra I ja II. Matlabin käyttökokemus on eduksi, mutta ei välttämätöntä.

Basics of linear algebra. Experience with Matlab software helps but is not required.

---

## Luentoajat / Lectures

Viikot 44-49 ke 10-12, pe 12-14 CK112, lisäksi tietokoneharjoituksia 2 viikkotuntia.

Weeks 44-49 Wed 10-12, Fri 12-14 in hall CK112 of Exactum.

**Friday, November 2:** Introduction, background survey, and some examples. This is the Matlab file used in the least squares fitting example: [regressio.m](#).

**Wednesday, November 7:** This is the explanation related to X-ray tomography: [Xraytomo.pdf](#), and Matlab files for further tomographic study are available [at this page](#). Five-page internet example with PageRank algorithm (Poole, page 353): [FivePageInternet.pdf](#), [pagerank.m](#). Markov chain model concerning teleoperators: [Operaattorilasku.pdf](#), [Markovtest.m](#).

Spider family of the week: *Theridiidae* or cobweb spiders (pallohämähäkit).

**Friday, November 9:** Eigenvalues of 2x2 matrices, diagonalization, Jordan form. Visualization of linear operators in the plane: [kissa.m](#). Power method for computing dominant eigenvalues, see [powermethod.m](#), [powermethod2.m](#), [powermethod3.m](#).

**Wednesday, November 14:** Numerical studies of diagonalization and Jordan forms. See [diagonalization.m](#). Singular value decomposition (SVD). You can study the application of SVD to X-ray tomography [on this page](#).

Spider family of the week: *Lycosidae* or wolf spiders (juoksuhamähäkit).

**Friday, November 16:** Principal Component Analysis (PCA). See [PCA2.m](#) and [PCA4.m](#). For the trick of downsampling images, see [im2by2.m](#).

**Wednesday, November 21:** Application of PCA to finding "average faces" and principal deviations from the average. [PCA\\_faces.m](#)

[PCA\\_faces.m](#) Numerical integration. Rule of thumb: on the blackboard, differentiation is easy and integration hard. Numerically, (stable) differentiation is hard and (definite) integration is easy.

- Simpson's rule: [Bart1.m](#), [Bart2.m](#)
- Gaussian quadrature: [gaussint.m](#), [Gauss1.m](#)

**Friday, November 23:**

- Quick note on [non-negative matrix factorization](#). Try it out with photos using [NNMF\\_faces.m](#).
- Numerical integration revisited, this time in dimension 2: [Bart1\\_2D.m](#), [Gauss\\_2D.m](#).
- [Radiosity method](#) for computing lighting in virtual spaces.

**Wednesday, November 28:** Study this page: [radiosity method](#).

**Friday, November 30:**

- Least squares solution using the QR decomposition. [QR\\_pinv.m](#)
- Iterative solution using GMRES. [gmrestest.m](#), [Aaction.m](#)

**Wednesday, December 5 (last lecture):** Radiosity method. In the lecture, the resulting light looked strange since the corners were more brightly lit than the middle parts of walls. This can be corrected, however, by scaling the inverse-square attenuation law. The corrected file is here: [radiosity5.m](#)

---

## Kirjallisuus / Literature

David Poole: *Linear Algebra: a Modern Introduction*, 2nd edition, Thomson 2006

---

## Ilmoittaudu

Unohditko ilmoittautua? [Mitä tehdä](#).

---

## Laskuharjoitukset / Exercises

Viikot 46-50 / Weeks 46-50

Kurssi suoritetaan vain tekemällä harjoitustehtäviä (**ei erillistä tenttiä!**). Kullakin harjoitusviikolla on neljä yksinkertaista yhden pisteen tehtävää ja kaksi haastavampaa kolmen pisteen tehtävää. Tehtäväpisteet voi hankkia kolmella **vaihtoehoisella** tavalla:

- Osallistu harjoitusryhmään, laske annetut tehtävät (pyytäen assistentilta apua tarvittessasi) ja kun olet valmis, näytä ja selitä ratkaisusi assistentille.
- Lähetä pdf-tiedosto (ei muita formaatteja), jossa on matlab-koodi, tulokset, kuvat, kommentit ja selitykset, osoitteeseen [application.matrix2012@gmail.com](mailto:application.matrix2012@gmail.com) viimeistään harjoitusviikon **perjantaina** klo 23.59 (esim. harjoitukset 1 viimeistään 16.11. klo 23.59). Sähköposteihin **ei** lähetetä varmistusvastauksia.
- Tule huoneeseen B407 harjoitusviikon tiistaina klo 14.15-15 ja näytä ratkaisusi assistentille (ota oma tietokoneesi mukaan!).

Harjoituksia pitävät Tuomas Nikkonen, Zenith Purisha ja Maaria Rantala.

You gain credits from this course only by computing the exercises (**there is no exam!**). There are four simple one-point exercises and two more challenging three-point exercises per week. There are three **alternative** ways to gain the exercise points:

- Attend an exercise group, compute the given assignments there (asking for help if needed) and when you are finished, show and explain your work to the assistant.
- Send a pdf-file (no other formats are accepted) containing your matlab codes, results, images, comments and explanations to the e-mail address [application.matrix2012@gmail.com](mailto:application.matrix2012@gmail.com) by **Friday** 11.59 p.m. during the exercise week (for ex. by 16th November 11.59 p.m. for Exercise 1). The assistants will **not** reply the e-mails.
- Come and show your work to the assistant at room B407 on Tuesdays 2.15-3 pm (bring your own laptop!).

The exercise assistants are Tuomas Nikkonen, Zenith Purisha and Maaria Rantala.

A reminder of the email practise of returning your solutions:

**only a pdf file sent in time and containing all the codes, images, answers and explanations that are requested on the exercise assignment, will give you the score.** Tsemppiä!

Please send email to [application.matrix2012@gmail.com](mailto:application.matrix2012@gmail.com) if you think there is a mistake in your score.

Ryhmä / Group	Päivä / Day	Aika / Time	Paikka / Place	
1.	ma / Mon	14-16	C128	
2.	ti / Tue	12-14	C128	
3.	to / Thu	12-14	C128	
4.	pe / Fri	14-16	C128	