

## Topologia II – Harjoitus 7 (11. 3. 2013)

1. Olkoot  $X, Y$  ja  $Z$  topologisia avaruuksia ja  $f: X \rightarrow Y$  sekä  $g: Y \rightarrow Z$  samastuskuvauksia. Osoita, että  $g \circ f$  on samastuskuvaus. (Väisälä 8:2)
2. Olkoon  $X$  topologinen avaruus ja  $Y$  jokin epätyhjä joukko. Mikä on kaikkien vakiokuvausten  $f: X \rightarrow Y$  kokoelman koindusoima  $Y$ :n topologia? (Väisälä 8:5)
3. Olkoot  $X$  ja  $Y$  topologisia avaruuksia ja  $f: X \rightarrow Y$  sekä  $g: Y \rightarrow X$  jatkuvia kuvauksia siten, että  $g \circ f = \text{id}: X \rightarrow X$ . Tällöin  $f$ :ää sanotaan  $g$ :n *sektioksi* ja  $g$ :tä  $f$ :n *retraktioksi*. Näytä, että  $f$  on upotus ja  $g$  samastuskuvaus. (Väisälä 8:10)
4. a) Olkoon  $X = \prod_{j \in J} X_j$  epätyhjä tuloavaruus ja  $f = \text{pr}_k: X \rightarrow X_k$  siihen liittyvä projektio, jossa  $k \in J$  on kiinteä. Osoita, että  $f$  on samastuskuvaus. Mikä on  $f$ :ää vastaava ekvivalenssi  $R_f$ , ja mitä ovat sen ekvivalenssiluokat eli  $f$ :n säikeet (ks. kirjan kohta 9.9)?  
b) Piirrä a-kohtaa havainnollistava kuva siinä tapauksessa, että  $X = \mathbb{R}^2$  ja  $f = \text{pr}_1$ .
5. Määritellään  $\mathbb{R}$ :ssä ekvivalenssirelaatio  $\sim$  asettamalla  $x \sim y$  jos ja vain jos  $y - x \in \mathbb{Q}$  eli  $y \in x + \mathbb{Q} = \{x + q : q \in \mathbb{Q}\}$ . Näytä, että tekijäavaruuden  $\mathbb{R}/\sim$  tekijätopologia on minitopologia. (Väisälä 9:9) [*Vihje*. Jokainen ekvivalenssiluokka  $x + \mathbb{Q}$  on tiheä  $\mathbb{R}$ :ssä.]

**1. kurssikoe** pidetään pe 1. 3. klo 13.00–15.00 Exactumin auditorioissa. Viimeinen koealueeseen kuuluva asia on tulotopologia (kirjan jakso 7) ja siihen liittyvät harjoitukset. Luettelo koealueeseen kuulumattomista kirjan kohdista on kurssin kotisivulla.

**Luennot ja harjoitukset** jatkuvat väliviikon jälkeen ma 11. 3.