

## Astrofysiikan peruskurssi II – harjoitus 5 kevät 2020

*Ratkaisut on palautettava ke 22.4. klo 12.15 mennessä kurssin Moodle-sivulle.*

*Mallivastaukset ilmestyvät kurssin Moodle-sivulle to 23.4.*

- (a) Kuinka monta B0 spektriluokan pääsarjan tähteä tarvitaan muodostamaan Strömgrenin pallo, jonka säde on yhtä suuri kuin yhden O5 spektriluokan pääsarjan tähden synnyttämä Strömgrenin pallo? Ympäröivän tähtienvälisen aineen ominaisuudet oletetaan samoiksi molemmissa tapauksissa.  
(b) Havaintojen mukaan eräs O5-luokan tähti muodostaa yhtä suuren Strömgrenin pallon kuin eräs B0-luokan tähti. Esitä kvantitatiivinen selitys havainnolle.
- Arvioi fotoionisaatiokerroimen  $R_{0,1}$  arvo perustilassa oleville vetyatomeille seuraavissa tapauksissa, kun  $\lambda = 5 \text{ nm} - 91.2 \text{ nm}$ . Käytä Gauntin kertoimelle arvoa  $g_{\text{bf}} = 0.9$ .  
(a) Ionisaation aiheuttaa eräs 40 pc päässä oleva O5-luokan tähti:  $T_{\text{eff}} = 48\,000 \text{ K}$  ja  $R = 18R_{\odot}$ .  
(b) Ionisaation aiheuttaa tähtienvälinen säteilykenttä:  $T_{\text{eff}} = 10\,000 \text{ K}$  ja ohennuskerroin  $W = 10^{-15}$ .

*Vihje: laskuissa voidaan käyttää tällä aallonpituusalueella mustan kappaleen säteilyn Wienin approksimaatiota.*

- Vedyn ionisaatioenergia 13.6 eV vastaa lämpötilaa  $T = 158\,000 \text{ K}$ . Kuitenkin H II-alueiden lämpötila on tyypillisesti noin  $T = 10\,000 \text{ K}$ . Kun lasketaan fotoionisaatiokerroin voidaan siksi yleensä käyttää mustan kappaleen säteilylle Wienin approksimaatiota. Osoita, että Wienin approksimaatiossa niiden fotonien lukumäärätiheys, joilla  $h\nu \geq E$ , on

$$N(h\nu \geq E) = \pi^{-2} \left( \frac{2\pi kT}{hc} \right)^3 e^{-x} (x^2 + 2x + 2),$$

missä  $x = h\nu/kT$ .

- Tähden säteily ionisoi ympäröivän tähtienvälisen aineen atomeja. Arvoi näin muodostuvan H II-alueen ( $\text{H}^+$ , Strömgrenin pallo) ja He III-alueen ( $\text{He}^{++}$ ) säteiden suhdetta.
- Astrofysiikan Peruskurssi I. harjoituksessa 2 todettiin, että kosmisen mikroaaltotaustan lämpötila on  $T(z) = (1+z)T_0$ , missä punasiirtymä  $1+z = a_0/a(t)$ ,  $a(t)$  on maailmankaikkeuden mittakaavatekijä,  $a_0 = 1$  sen nykyinen arvo ja  $T_0 = 2.725 \text{ K}$  on mikroaaltotaustan havaittu lämpötila.

Laske Sahan yhtälön avulla millä lämpötilan ja punasiirtymän arvoilla vedyn ionisaatioaste on 10%, 50% ja 90%. Oletetaan, että kaasu on kokonaan vetyä, eli jätetään heliumin vaikutus huomiomatta. Miltä punasiirtymältä kosminen taustasäteily on peräisin tämän perusteella?

*Vihjeitä:*

*Sahan yhtälössä voidaan vasen puoli kirjoittaa muotoon*

$$\frac{x^2}{1-x} \frac{N_{\text{H}}}{N_{\text{ph}}} N_{\text{ph}},$$

missä  $x$  on ionisaatioaste, vety-fotonisuhteella on vakioarvo  $N_{\text{H}}/N_{\text{ph}} = 0.6 \cdot 10^{-9}$  ja fotonitiheys mustan kappaleen säteilyssä on

$$N_{\text{ph}} = 0.244 \left( \frac{2\pi kT}{hc} \right)^3.$$

Sahan yhtälön oikealla puolella esiintyvien partitiofunktioiden arvot ovat  $2u_1/u_0 = 1$ .

Käyttäen näitä tietoja saadaan yhtälö lämpötilalle  $kT$ , jonka voi ratkaista numeerisesti käyttäen vapaasti valittavaa menetelmää.