

Astrofysiikan peruskurssi II – harjoitus 4 kevät 2020

Ratkaisut on palautettava ke 8.4. klo 12.15 mennessä kurssin Moodle-sivulle.

Mallivastaukset ilmestyvät kurssin Moodle-sivulle to 9.4.

1. Tähtien optisen alueen spektri koostuu kontinuumista ja absorptioviivoista: $F_\lambda = F_c - F_L$. Absorptiokertoimille ja optisille syvyyksille pätee $\kappa_\lambda = \kappa_c + \kappa_L$ ja $\tau_\lambda = \tau_c + \tau_L$. Tutkitaan heikkoja spektriviivoja $\tau_L \ll \tau_c$ ja $\kappa_L \ll \kappa_c$ optisen syvyyden $\tau_\lambda \approx \tau_c = 2/3$ lähellä. Osoita että viivasyvyydelle R_λ pätee

$$R_\lambda = \frac{F_c - F_\lambda}{F_c} \approx \frac{2}{3} \frac{\kappa_L}{\kappa_c} \left(\frac{d \log B_\lambda}{d \tau_c} \right)_{\tau_c=2/3}. \quad (1)$$

Voit olettaa harmaan atmosfäärin sekä lokaalin termodynaamisen tasapainon.

Vihje: Eddingtonin ja Eddingtonin-Barbierin approksimaatioissa esiintyvistä Taylorin sarjoista on hyötyä.

2. Jatkoa edelliseen tehtävään: tehtävän 1 oletuksin, lähtien liikkeelle yhtälöstä (1) näytä että viivasyvyyden R_λ muoto määräytyy pääasiassa viiva-absorptiokertoimesta:

$$R_\lambda(\lambda) \approx \frac{\kappa_\lambda(\lambda)}{2\kappa_c}.$$

Mihin oletukseen $\kappa_c \approx$ vakio perustuu? Kuinka hyvin tämä pitää paikkaansa optisella alueella?

3. (a) Erään varhaisen F-spektriluokan tähden efektiivinen lämpötila on $T_{\text{eff}} = 7800$ K. Tähtien atmosfäärissä on havaittu mikroturbulenssia, jonka suuruus vastaa referenssinopeutta $\xi_{\text{turb}} = 4$ km/s. Mikä on optisesti ohuen Fe (rauta)-spektriviivan puoliarvoveveys $\Delta\lambda_{1/2}/\lambda_0$ tähdessä? Mikä on spektriviivan terminen puoliarvoveveys? Kumpi ilmiö on voimakkaampi, terminen vai turbulenttinen leveneminen?

(b) Erään toisen tähden ekvatoriaalinen pyörimisnopeus on $v_{\text{rot}} = 50$ km/s. Pyöriminen leventää tähden spektriviivoja. Arvioi kuinka paljon spektriviivan puoliarvoveveys kasvaa pyörimisen takia. Vertaa tätä puoliarvovevyyttä termiseen (Doppler-leveneminen) puoliarvovevyyteen kun kyseessä on ionisoituneen raudan Fe II viiva A0V-spektrityypin tähdessä ($T_{\text{eff}} = 10\,000$ K). Miten havaitsemisinklinaatio i vaikuttaa havaittuun puoliarvovevyyteen? Anna lukuarvot muutamalla eri inkliinaatiokulmalla i .
4. Laske kaasunpaine seuraavissa tyypillisissä tähtienvälisen aineen alueissa: Tähtienväliset H I-pilvet ($N_H = 30 \text{ cm}^{-3}$, $T = 40$ K), H II-pilvet ($N_H = 100 \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^4$ K) ja ionisoitunut diffuusi kaasu ($N_H = 0.3 \text{ cm}^{-3}$, $T = 10^4$ K). Voit olettaa, että aine on kaikissa tapauksissa puhdasta vetyä. Vertaa tuloksia tähtienvälisen säteilykentän säteilypaineeseen. Oletetaan, että säteilykenttää voidaan kuvata mustan kappaleen säteilyinä, joka vastaa lämpötilaa $T_{\text{eff}} = 10\,000$ K ja ohennuskerrointa $W = 10^{-14}$.
5. Osoita, että vedylle yhdistetty Boltzmannin ja ionisaatioyhtälö on

$$N_n = \frac{N_1 N_e}{T^{3/2}} \frac{h^3}{(2\pi m k)^{3/2}} n^2 \exp\left(\frac{hR}{n^2 k T}\right).$$

Käytä seuraavia tietoja: vetyatomien tilojen n ja n' välisen siirtymän taajuus on $\nu = R(n'^{-2} - n^{-2})$, missä R on Rydbergin vakio; $g_{0,n} = 2n^2$, $u_1 = 1$. Ja vielä:
 N_n = vetyatomien lukumäärä viritustilassa, jonka pääkvanttiluku on n ,
 N_1 = vetyionien (protonien) lukumäärä,
 N_e = elektronien lukumäärä,
 m = elektronin massa.