

Inverse problems exercises 2

1. Selvitä minkä takia matriisilla $A \in \mathbb{R}^{n \times k}$ on olemassa ominaisarvo hajotelma (SVD) eli miksi voidaan kirjoittaa $A = UDV^T$, missä U on $n \times n$ ortonormaali matriisi, D $n \times k$ -ulotteinen diagonaalimatriisi, joka sisältää A :n ominaisarvot ja V $k \times k$ ortonormaali matriisi.
2. Näytä, että matriisi $A^T A + \alpha I$ on aina kääntyvä, kun $\alpha > 0$ ja A on mielivaltainen $k \times n$ matriisi. Vihje: käytä SVD:tä.
3. Todista, että Tikhonov regularisaatio, jossa $\alpha > 0$ on valittu Morozovin diskrepanssiperiaatteella on regularisointi strategia.