

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS
Topologia I (opettajalinjan työpaja)
Harjoitus 12
Käydään läpi pe 02.12.2011

Joihinkin tehtäviin löytyy vinkkejä sivun alareunasta. Jokaista tehtävää on mitettävä vähintään 10 minuttia (kellosta!) ennen kuin katsoo vinkkiä.

1. Olkoon $a, b \in S^1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$, $a \neq b$. Osoita, että $S^1 \setminus \{a\}$ on yhtenäinen ja $S^1 \setminus \{a, b\}$ on epäyhtenäinen.
2. Olkoon $a \in S^1$. Osoita, että S^1 ja $S^1 \setminus \{a\}$ eivät ole homeomorfisja keskenään.
3. Osoita, että \mathbb{R} ja \mathbb{R}^2 eivät ole homeomorfisja keskenään.
4. (14:10) Olkoon $n \geq 1$ ja $f: S^n \rightarrow \mathbb{R}$ jatkuva, missä $S^n = \partial B^{n+1} = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} \mid d(\bar{0}, x) = 1\}$. Osoita, että on olemassa pallon S^n vastakkaiset pisteet, joissa f saa saman arvon. Asettamalla $n = 2$ ja ajattelemalla palloa S^2 mallina maapallon pinnalle, saadaan, että maapalolla on joka hetki kaksi vastakkaista pistettä, joissa on sama lämpötila.

Vihjeet

Tehtävä 4: Aseta $g(x) = f(x) - f(-x)$.