

Topologia I
Lämmittelytehtävät
19.09.2011

1. Määritä

(a) $\sup\{\frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$

(b) $\inf\{\frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$

(c) $\sup\{\frac{1}{n-\sqrt{2}} \mid n \in \mathbb{Z}\}$

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - \frac{1}{n^2} \leq 0\}$

2. Todista Bolzanon lause: Jos $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ jatkuva, $f(0) < 0$ ja $f(1) > 0$, niin on olemassa $x \in]0, 1[$, jolle $f(x) = 0$.

3. Osoita, että jos $A \subset B \subset \mathbb{R}$, niin $\sup A \leq \sup B$.

4. Anna esimerkki joukoista $A, B \subset \mathbb{R}$ joille $A \cap B = \emptyset$ ja $\sup A = \sup B = 1$.