

Riskiteorian jatkokurssin laskuharjoitus 6, 23.4.2012

1. Todista lauseen 3.8 tulos (3.22).
2. Osoita, että lauseen 3.8 merkinnöin ja oletuksin

$$\mathbb{P}(Y_n > na) \leq n\bar{F}\left(n^{1-\delta}\right) + e^{-n^\delta\left(\mu - a + a \log \frac{a}{\mu}\right)}, \quad \forall \delta \in (0, 1), \forall n \in \mathbb{N}.$$

3. Olkoot yhtiön vuotuiset tappiot riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia. Oletetaan lisäksi, että tappiot ovat muotoa $X - P$, missä X on yhdistetty muuttuja. Kuvatkoon K vuotuista vahinkojen lukumäärää ja Z vahingon suuruutta. Oletetaan lisäksi, että $P = \mathbb{E}(X) + 1$.

Oletetaan, että $Z \equiv 1$ ja että $\mathbb{P}(K = k) = Ck^{-\beta}$, $k = 0, 1, 2, \dots$, missä $C > 0$ ja $\beta > 2$ ovat vakioita. Osoita, että

$$\mathbb{P}(K > x) \sim \frac{Cx^{1-\beta}}{\beta - 1}, \quad x \rightarrow \infty.$$

4. (jatkoa) Olkoon U_0 alkupääoma ja T vararikkohetki sekä $b > 0$ kiinteä. Osoita, että

$$\mathbb{P}(T \leq bU_0) \sim \frac{C(1 - (1 + b)^{2-\beta})}{(\beta - 1)(\beta - 2)} U_0^{2-\beta}, \quad U_0 \rightarrow \infty.$$

5. (jatkoa) Olkoon kaikki muu kuten edellisessä tehtävässä, mutta oletetaan nyt vain, että $\mathbb{P}(Z \in [m, M]) = 1$, missä m ja M ovat positiivisia vakioita. Osoita, että

$$\lim_{U_0 \rightarrow \infty} (\log U_0)^{-1} \log \mathbb{P}(T < \infty) = 2 - \beta.$$