

Topologia II – Harjoitus 6 (27. 2. 2012)

1. Olkoot X , Y ja Z topologisia avaruuksia. Näytä, että $X \times Y \times Z \approx (X \times Y) \times Z$ (ts. kyseiset tuloavaruudet ovat homeomorfisia ja voidaan siten käytännössä samastaa). (Väisälä 7:3)
[Edistyneemmät voivat yhtä hyvin tehdä tämän tehtävän yleistyksen (Väisälä 7:4).]
2. Olkoot X ja Y topologisia avaruuksia sekä $f: X \rightarrow Y$ jatkuva. Näytä, että f :n kuvaaja
$$\Gamma(f) = \{(x, f(x)) : x \in X\} \subset X \times Y$$
on homeomorfinen X :n kanssa. (Väisälä 7:6)
3. Olkoon X tuloavaruus $\mathbb{R}^{\mathbb{R}} = \{f \mid f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$ ja $A \subset X$ kaikkien äärellisten \mathbb{R} :n osajoukkojen karakterististen funktioiden joukko: $A = \{\chi_E \mid E \subset \mathbb{R} \text{ ja } E \text{ on äärellinen}\}$.
 - a) Osoita, että vakiofunktio $g \equiv 1$ kuuluu A :n sulkeumaan.
 - b) Osoita, ettei mikään A :n jono suppene kohti g :tä. [Tieto. \mathbb{R} on ylinumeroituva.]
 - c) Päätele, ettei X ole metristyvä.
(Vrt. Väisälä 7:5.)
4. Olkoon X topologinen avaruus ja Y jokin epätyhjä joukko. Mikä on kaikkien vakiokuvausten $f: X \rightarrow Y$ kokoelman koindusoima Y :n topologia? (Väisälä 8:5)
5. Olkoon X topologinen avaruus. Osoita, että kaikkien jatkuvien kuvausten $f: X \rightarrow X$ kokoelma a) indusoi, b) koindusoi X :ään sen alkuperäisen topologian. (Väisälä 6:7 ja 8:7)
6. [Tehtävässä oli virhe, ja se siirrettiin 7. harjoitukseen.]

1. kurssikoe pidetään pe 2. 3. klo 13.00–15.00 Exactumin auditorioissa. Viimeinen koealueeseen kuuluva asia on tulotopologia (kirjan jakso 7) ja siihen liittyvät harjoitukset. Luettelo koealueeseen kuulumattomista kirjan kohdista tulee kurssin kotisivulle.

Huom. Näitä harjoituksia käsitellään vain maanantaina 27. 2. Jos olet käynyt perjantain ryhmässä etkä pääse maanantaina paikalle, voit tällä kertaa palauttaa ratkaisut kirjallisena harjoitustenpitäjälle viimeistään ke 29. 2. klo 15.00. Perjantaina 2. 3. harjoitusten paikalla pidetään ”viime hetken kyselytilaisuus” kokeeseen liittyen.