

OSITTAISDIFFERENTIAALIYHTÄLÖT
LASKUHARJOITUS 1
KEVÄT 2012

1. Ovatko seuraavat ODY:t lineaarisia, semi- tai kvasilineaarisia / Are the following PDE's linear, semi- or quasilinear ($u = u(x, y)$):

$$a) u_x + \sin x u_y = e^{x^2 u^2}, \quad b) \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{x} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \sin(x + y),$$

$$c) \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{u} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \sin(x + y), \quad d) u_y + u_x u_{yy} = \sin(x + y)$$

Ratkaise seuraavat ODY:iden alkuarvot tehtävät ja tutki, millä muuttujien arvoilla ratkaisut ovat olemassa / Solve the following PDE-initial value problems, and clarify, for which values of the variables the solutions exist:

$$2. u_x + y u_y = x, \quad u(0, y) = y^2,$$

$$3. -4u_x + u_y = u, \quad u(x, 0) = x,$$

$$4. u_x + \frac{1}{x} u_y = u^2, \quad u(1, y) = y^2,$$

$$5. x u_x + u_y + z u_z = u, \quad u(x, 0, z) = h(x, z).$$

(Tehtävissä 2.–4. u on kahden muuttujan funktio, tehtävässä 5. kolmen, sekä funktio h oletetaan tunnetuksi. / Problems 2.–4. concern a function u of two variables, problem 5. a function of three variables, and the function h is assumed to be known.)