

## Tilastollisen päättelyn jatkokurssi, sl 2011, HT 6, viikko 42

1. Jatkoa HT:lle 4.1 ja 5.2. Tarkastellaan hypoteesia  $H_0 : \beta_0 = 0$ , jonka voimassa ollessa selittävällä muuttujalla  $x_i$  ei ole vaikutusta.

(i) Esitä parametrin  $\theta = (\alpha, \beta)$  pistemääräfunktion ja (rajoittamattoman) SU-estimaattorin  $\hat{\theta}$  asymptoottinen jakauma, kun  $\hat{\theta}$ :n tarkentuvuuden ja tarvittavien konvergenssien oletetaan pätevän (ks. moniste s. 31-33).

(ii) Esitä Waldin testi hypoteesille  $H_0$ , kun vaihtoehtoinen hypoteesi on  $\beta_0 \neq 0$ .

*Huom.:* Tässä tapauksessa SU-estimaattorin lauseketta ei voida ratkaista analyttisesti.

2. Jatkoa edelliselle tehtävälle. (i) Johda parametrin  $\theta = (\alpha, \beta)$  rajoitettu (eli  $H_0$ :n rajoittama) SU-estimaattori  $\tilde{\theta}$ .

(ii) Esitä Raon pistemäärätesti  $H_0$ :lle, kun vaihtoehtoinen hypoteesi on  $\beta_0 \neq 0$  ja edellisessä tehtävässä oletettujen konvergenssitulosten oletetaan pätevän.

*Huom.:* Rajoitettua SU-estimaattoria ja Raon pistemäärätestiä on käsitelty monisteen s. 38-40 ja tilastollisen päättelyn kurssin luentomonisteen jaksossa 5.7. Kohdassa (ii) voi testisuureen perustaa monisteen yhtälöön (2.39).

3. Oletetaan, että havainnot vastaavat satunnaismuuttujat  $Y_1, \dots, Y_n$  ovat riippumattomia ja  $Y_i \sim N(\mu, \sigma_i^2(\delta))$ , jossa varianssi  $\sigma_i^2(\delta) = \exp\{\delta v_i\}$  riippuu havaittavasta ei-satunnaisesta selittävästä muuttujasta  $v_i$  ja tuntemattomasta parametrista  $\delta$ . Johda parametrin  $\theta = (\mu, \delta) \in \mathbb{R}^2$  uskottavuusfunktio, pistemääräfunktion ja havaittu informaatiomatriisi.

4. Jatkoa edelliselle tehtävälle. (i) Osoita, että parametrit  $\mu$  ja  $\delta$  ovat ortogonaaliset.

(ii) Johda Raon pistemäärätesti hypoteesille  $H_0 : \delta = 0$  vaihtoehtoa  $\delta \neq 0$  vastaan.

*Huom.:* Kohdassa (ii) voit halutessasi käyttää hyväksi parametrien  $\mu$  ja  $\delta$  ortogonaalisuutta (ks. monisteen s. 40).