

Todennäköisyyslaskennan kurssi, 2. harjoitus (20.–23.9.2011)

1. Olkoot A , B ja C riippumattomia tapahtumia. Osoita, että a) $A \perp B^c$
b) $A^c \perp B^c$ c) $(A \cup B) \perp C$.
2. Veikkauksen lotossa kone arpoo joka viikko oikean rivin poimimalla umpimähkään seitsemän pallon suuruisen osajoukon luvuilla 1–39 merkityistä 39 pallosta. Yksi rivi pelataan valitsemalla seitsemän lukua luvuista 1–39. Viikon päävoiton voittaa, jos on onnistunut valitsemaan riviinsä täsmälleen ne seitsemän lukua, jotka lottokone arpoo.

“Todennäköisyyslaskennalla hahmottaa, miten pieni todennäköisyys on voittaa lotossa.” *Sampo-pankin pääekonomisti Lauri Uotila selitti 2.9. Helsingin Sanomien Nyt-liitteessä, mitä lukion matematiikasta oikeasti kannattaa muistaa.*
- a) Pelaat yhden rivin lottoa. Millä todennäköisyydellä voitat päävoiton? Ilmaise vastaus sekä binomikertoimien avulla että laskemalla likiarvo.
- b) Pelaat yhden rivin lottoa joka viikko 10×52 viikon ajan. Millä todennäköisyydellä voitat päävoiton ainakin yhden kerran? (Vihje: komplementin tn; eri viikkojen arvonnat oletetaan riippumattomiksi.) Ilmaise vastaus sekä lausekkeella että laskemalle sille likiarvo.
3. Miten monta erilaista merkkijonoa (kuten esim. EKKKLPPÄÄÄÖÖ) voidaan muodostaa käyttämällä kertaalleen kaikki sanan PÖKKELÖKÄÄPÄ kirjaimet? (Vastauksen voi löytää esim. multinomikertoimia tai kombinatoriikan tuloperiaatetta soveltamalla.)
4. Olkoon X satunaismuuttuja, jonka kertymäfunktio (kf) on F , ja olkoon $a < b$. Ilmaise seuraavien tapahtumien tn:t kf:n F avulla.
a) $\{X < a\}$, b) $\{X \leq a\}$, c) $\{X > a\}$, d) $\{X \geq a\}$,
e) $\{a < X < b\}$, f) $\{a < X \leq b\}$, g) $\{a \leq X < b\}$, h) $\{a \leq X \leq b\}$.
5. Noppaa heitetään kaksi kertaa. Satunaismuuttuja X on tuloksina saaduista kahdesta silmäluvusta pienempi. Laske X :n pistetodennäköisyysfunktio ja sen kertymäfunktio.