

# Algebra I

Luento 3.4.2012  
Helsingin yliopisto

## Luennon aiheet

- Sivuluokkien laskutoimitus
- Normaalit aliryhmät
- Tekijäryhmät

## SIVULUOKKIEN LASKUTOIMITUS

- Jäännösluokkien laskutoimitusta matkimalla saadaan sivuluokille laskutoimitus.
- Tämä laskutoimitus voidaan määritellä vain, jos käsiteltävä aliryhmä on normaali.

## Määritelmä

Ryhmän  $G$  aliryhmä  $N$  on normaali, jos

$$gN = Ng \quad \text{kaikilla } g \in G.$$

## Sivuluokkien laskutoimitus

Olkoon  $G$  ryhmä ja  $N$  sen normaali aliryhmä.

Tällöin joukossa  $G/N$  voidaan määritellä laskutoimitus  $\odot$  ehdolla

$$xN \odot yN = xyN \quad \text{kaikilla } x, y \in G.$$

## Tekijäryhmä

Olkoon  $(G, \cdot)$  ryhmä ja  $N$  sen normaali aliryhmä.

Sivuluokkien joukko  $G/N$  on ryhmä, kun sen laskutoimitus määritellään seuraavasti:

$$gN \cdot hN = ghN \quad \text{kaikilla } g, h \in G.$$

Ryhmää  $G/N$  kutsutaan  $G$ :n tekijäryhmäksi aliryhmän  $N$  suhteen

## Esimerkki

Tutkitaan ryhmän  $\mathbb{Z}_6$  normaalia aliryhmää

$$N = \langle [3]_6 \rangle = \{[0], [3]\}.$$

Millainen on tekijäryhmä  $\mathbb{Z}_6/N$ ?

| +   | [0] | [3] | [1] | [4] | [2] | [5] |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| [0] | 0   | 3   | 1   | 4   | 2   | 5   |
| [3] | 3   | 0   | 4   | 1   | 5   | 2   |
| [1] | 1   | 4   | 2   | 5   | 3   | 0   |
| [4] | 4   | 1   | 5   | 2   | 0   | 3   |
| [2] | 2   | 5   | 3   | 0   | 4   | 1   |
| [5] | 5   | 2   | 0   | 3   | 1   | 4   |