

Algebra I

Luento 1.2.2012
Helsingin yliopisto

- Palautuskäytäntö muuttuu vielä hiukan.
- Pahoittelut muutoksista! Niiden tarkoituksena on kuitenkin auttaa opiskelua.
- Korjauksia saa palauttaa kaksi kertaa. Viimeinen palautuspäivä korjauksille on nyt keskiviikon sijasta perjantai.
- Aikaa korjausten palauttamiseen on siis yhteensä kaksi viikkoa tehtävien palautuspäivästä.
- Ykkösharjoitusten korjauksia saa palauttaa vielä perjantaihin asti.

Permutaatio

- Joukon A permutaatio on bijektiivinen kuvaus joukolta A itselleen.
- Permutaatioiden laskutoimituksena on kuvausten yhdistäminen.

Permutaation taulukkomuoto

- Permutaatio $\sigma: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ on taulukkomuodossa

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \sigma(3) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix}.$$

Ryhmä S_3

- Symmetrinen ryhmä S_n on kaikkien joukon $\{1, 2, \dots, n\}$ permutaatioiden muodostama ryhmä.
- Määritetään ryhmän S_3 alkioit.

Symmetrinen ryhmä S_n

- Ryhmän S_n kertaluku on $n!$

Permutaation radat

- Määritetään permutaation

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 3 & 5 & 4 & 6 & 2 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

radat.

Sykli

- Sykli on permutaatio, jossa korkeintaa yhden radan pituus on suurempi kuin yksi

Permutaation sykliesitys

- Jokainen äärellisen joukon permutaatio voidaan kirjoittaa erillisten syklien tulona.
- Kirjoitetaan permutaatio

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 4 & 3 & 5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

erillisten syklien tulona.

Ryhmä S_3

- $S_3 = \{(1), (12), (13), (23), (123), (132)\}$
- Tutkitaan ryhmän S_3 aliryhmiä.

Laskutoimitustaulujen vertailua

- Jos ryhmien laskutoimitustaulut ovat samanlaiset, ei ryhmien välillä ole algebran näkökulmasta eroa.

Isomorfiset ryhmät

- Jos ryhmien laskutoimitustaulut ovat samanlaiset, sanotaan, että ryhmät ovat isomorfiset.