

Algebra I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Kevät 2012
Harjoitus 13

Tehtävien viimeinen palautuspäivä: ke 2.5.2012 klo 18.00

Tällä viikolla ei ole lainkaan tähtitehtäviä, ja lisäpisteitä laskettaessa tähtitehtävakerroin on 1. Jotta voit saada tehtävästä pisteitä, on yrityksen oltava rehellinen.

1. Selitä lyhyesti omin sanoin, mitä Lagrangen lausee sanoo ja miksi se pitää paikkansa.
2. Tutkitaan ryhmän $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ normaalia aliryhmää $N = \mathbb{Z} \times \{0\}$. Mitkä seuraavista sivuluokista ovat samoja?

$$(2, 5) + N, \quad (2, 4) + N, \quad (1, 1) + N + (-100, 3) + N, \quad -((-1, 1) + N)$$

3. Jatkoa edelliseen tehtävään. Määritä aliryhmän N indeksi ryhmässä $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.
4. Harjoituksen 10 tehtävän 1 nojalla joukko $S = \{a/5^n \mid a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\}$ on rengas. Määritä yksikköryhmä S^* .

Valitse kahdesta seuraavasta tehtävästä toinen. Voit toki tehdä molemmat tehtävät, mutta vain yhdestä saat lisäpisteen.

5. Anna esimerkki kahdesta renkaan \mathbb{Z}_3 polynomista, jotka eivät ole samoja, mutta joita vastaa sama polynomifunktio.
6. Oletetaan, että K on ääretön kunta. Osoita, että kaksi eri polynomirenkaan $K[X]$ polynomia ei voi määrittää samaa polynomikuvausta. Polynomit voidaan siis samastaa polynomikuvausten kanssa, jos kerroinrenkaana on ääretön kunta.
- 7.–9. Anna kurssipalautetta! Palautteesi on meille tärkeää, sillä haluamme kehittää opetusta. Saat WebOodin kautta sähköpostiisi linkin, josta pääset täyttämään palautteen.