

Riskiteorian laskuharjoitus 9, 23.11.2011

1. Yhtiön yksittäisen vahingon suuruuden Z kertymäfunktio on S . Yhtiöllä on osamääräjälleenvakuutus siten, että jälleenvakuuttaja maksaa osan $(1-r)Z$ jokaisesta vahingosta, $r \in (0, 1)$. Jäljelle jäävälle osalle yhtiöllä on XL-jälleenvakuutusosuus omavastuurajana M . Määrää yhtiön omalla vastuulla olevan yksittäisen vahingon suuruuden kertymäfunktio.

2. Olkoon yhtiön i kokonaisvahinkomäärällä X_i yhdistetty Poisson-jakauma parametrilla (λ_i, S) , $i = 1, 2$. Vahingon suuruuden varianssi on äärellinen. Oletetaan, että X_1 ja X_2 ovat riippumattomia. Osoita, että on olemassa sellainen yhtiöiden välinen riskinvaihto, että yhtiön i vastuulle jäävän kokonaisvahinkomäärän Y_i odotusarvolle $\mathbb{E}(Y_i)$ ja varianssille $\sigma_{Y_i}^2$ pätee

$$\mathbb{E}(Y_i) = \mathbb{E}(X_i) \quad \text{ja} \quad \sigma_{Y_i}^2 < \sigma_{X_i}^2, \quad i = 1, 2.$$

3. Oletetaan, että yhtiön kokonaisvahinkomäärä X on normaalisti jakautunut odotusarvona 1000 ja varianssina 40000. Yhtiöllä on SL-jälleenvakuutus omavastuurajana 1100. Määrää jälleenvakuuttajan riskimaksu.

Oletetaan, että inflaation vaikutuksesta kokonaisvahinkomäärä nousee 10 prosenttia (toisin sanoen tarkastellaan muuttujaa $1.1X$). Montako prosenttia nousee jälleenvakuuttajan riskimaksu, kun

- a) omavastuuraja säilytetään 1100:na
- b) omavastuurajaa nostetaan 10 prosenttia.

4. Olkoon

$$\begin{aligned} X_n &= \text{sattumisvuoden } n \text{ kokonaisvahinkomäärä} \\ M_n &= \text{vuonna } n \text{ maksetut korvaukset,} \\ U_n &= \text{korvausvastuu vuoden } n \text{ lopussa.} \end{aligned}$$

Osoita, että $X_n = M_n + U_n - U_{n-1}$.

5. Täydennä alla esitetty selviämiskolmio suorakaiteeksi Chain-Ladder-menetelmällä ja määrää korvausvastuun Chain-Ladder-estimaatti vuoden 4 lopussa, kun yhtiö on toiminut vuodet 0-4. Ylin rivi kuvaa korvausten suhteellista suoritusvuotta ja muut rivit sattumisvuoteen liittyviä toteutuneita korvauksia. Kaikkien korvausten oletetaan tulevan maksetuksi kolmessa vuodessa vahingon sattumisesta.

| Satt. | | | | | |
|-------|----|----|----|-----|-----|
| vuosi | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0 | 21 | 60 | 90 | 109 | 109 |
| 1 | 20 | 60 | 84 | 104 | |
| 2 | 13 | 54 | 90 | | |
| 3 | 16 | 47 | | | |
| 4 | 10 | | | | |