

## Riskiteorian laskuharjoitus 7, 9.11.2011

1. Olkoon  $Z$  Pareto-jakautunut parametreina  $\alpha$  ja  $M$  ts. tiheysfunktio on

$$g(z) = \alpha z^{-\alpha-1} / M^{-\alpha}$$

alueessa  $z > M$ , missä  $\alpha > 0$  ja  $M > 0$  ovat vakioita. Oletetaan, että käytettävissä on haluttu määrä riippumattomia  $T(0,1)$ -jakautuneita satunnaismuuttujia  $R_1, R_2, \dots$ . Esitä menettely, jonka avulla voidaan tuottaa riippumattomia havaintoja a)  $Z$ :n jakaumasta, b) muuttujan  $\min\{Z, M'\}$  jakaumasta ( $M' > M$ ).

2. Olkoot  $F$  ja  $G$  kertymäfunktioita. Oletetaan, että  $F$  on jatkuva ja aidosti kasvava koko  $\mathbb{R}$ :ssä. Oletetaan, että käytettävissä on jono riippumattomia  $F$ -jakautuneita satunnaismuuttujia  $R_1, R_2, \dots$ . Esitä menettely, jonka avulla saadaan riippumattomia  $G$ -jakautuneita satunnaismuuttujia.

3. Osoita, että eksponenttijakauman kaikki konjugaattijakaumat ovat eksponenttijakauksia.

4. Olkoon yhtiön kokonaisvahinkomäärällä  $X$  yhdistetty Poisson-jakauma parametrilla  $(\lambda, S)$ , missä  $S$  on eksponenttijakauma parametrilla  $\mu$ ,  $S(z) = 1 - e^{-\mu z}$  alueessa  $z > 0$ . Olkoon  $X$ :n kumulanttifunktio  $c$ . Osoita, että

$$c^*(v) = \mu v + \lambda - 2\sqrt{v\mu\lambda}$$

alueessa  $v > 0$ .

5. (jatkoa) Yhtiöllä on vuoden alussa alkupääoma  $U_0$  ja vuotuinen vakuutusmaksu on  $P$ . Osoita, että yhtiön vararikkotodennäköisyys vuoden aikajänteellä on tason  $\varepsilon$  alapuolella. Parametreilla on arvot  $\lambda = 100$ ,  $\mu = 1$ ,  $P = 120$ ,  $U_0 = 30$  ja  $\varepsilon = 0.01$ .