

Riskiteorian laskuharjoitus 1, 21.9.2011

1. Olkoon K Poisson-jakautunut satunnaismuuttuja parametrilla $\lambda > 0$. Määrää suurin todennäköisyyksistä

$$\mathbb{P}(K = k), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

2. Merkitään yleisesti satunnaismuuttujan ξ vinoutta symbolilla γ_ξ . Olkoon $\mathbb{E}\{|\xi^3|\} < \infty$ ja $\text{Var}(\xi) > 0$. Olkoot a ja b mielivaltaisia reaalilukuja ja $a \neq 0$. Osoita, että

$$\gamma_{a\xi+b} = \gamma_\xi \text{ tai } \gamma_{a\xi+b} = -\gamma_\xi.$$

3. Olkoon ξ satunnaismuuttuja ja a reaaliluku. Oletetaan, että $\mathbb{E}\{|\xi^3|\} < \infty$, $\text{Var}(\xi) > 0$ ja että

$$\mathbb{P}(\xi \leq a - x) = \mathbb{P}(\xi \geq a + x)$$

kaikilla $x \geq 0$. Osoita, että ξ :n vinous on nolla.

4. Oletetaan, että vakuutuskaanta muodostuu N riippumattomasta vakuutetusta. Kunkin vakuutetun vuotuinen vahinkojen lukumäärä noudattaa Poisson-jakaumaa parametrilla 1 ja vakuutusmaksu on 1.3. Olkoon K_N yhden vuoden vahinkojen lukumäärä vakuutuskaannassa ja P_N vastaava vakuutusmaksu. Määrää todennäköisyydet

$$\mathbb{P}(K_N > P_N),$$

kun $N = 1, 10$ ja 20 (tarkka arvo ja likiarvo).

5. Olkoon $\{K(t) \mid t \geq 0\}$ Poisson-prosessi intensiteetillä $\lambda > 0$ ja $s > u > 0$ kiinteitä. Määrää muuttujan $K(s)$ säännöllinen ehdollinen kertymäfunktio muuttujan $K(u)$ suhteen. Osoita tämän avulla, että

$$\mathbb{E}\{K(s) \mid K(u)\} = K(u) + (s - u)\lambda.$$