

**Differentiaaliyhtälöt II**  
Harjoitus 4, syksy 2011

1. Muodosta perusmatriisi  $\mathbf{R}$ :ssä homogeenisysteemille  $\mathbf{x}(t) = A\mathbf{x}(t)$ , kun

$$(a) \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -8 & 14 & -7 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}, \quad (b) \quad A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 8 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{2 \times 2}.$$

Määrää lisäksi systeemin tasapainoratkaisun  $\mathbf{0}$  laatu (stabiili vai epästabiili).

2. Ratkaise lineaarinen systeemi

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}(t), \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

käyttäen varioimiskeinoa. Mikä suora yrite johtaisi tulokseen helpommin?

3. Etsi eliminointikeinolla seuraavan homogeenisysteemin perusjärjestelmä  $\mathbf{R}$ :ssä:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t).$$

4. Etsi tehtävän 3 homogeenisysteemin perusjärjestelmä  $\mathbf{R}$ :ssä matriisikeinolla, joka soveltaa yleistettyjä ominaisvektoreita.

Ohje. Luentomonisteen yhtälöt (5.31) ja (5.32).

Seuraava tehtävä on työläänä kahden suorituspisteen arvoinen.

5. Kahden kuulan ja kolmen jousen värähtelijässä päädyttiin 2. kl. homogeeniseen, vakiokertoimiseen systeemiin

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 + 2kx_1 - kx_2 &= 0 \\ m\ddot{x}_2 - kx_1 + 2kx_2 &= 0, \end{aligned}$$

jossa  $m, k > 0$  ovat vakioita. Ratkaise systeemi, mielellään matriisikeinolla.