

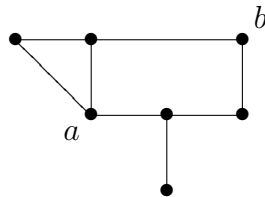
Matematiikka tutuksi, syksy 2011

HY, Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Harjoitus 5

1. Osoita, että maailmassa on parillinen määrä maita, joilla on pariton määrä rajanaapureita.
2. Kuinka monta epäisomorfista neljän pisteen verkkoa on olemassa? Piirrä ne kaikki.
3. Kuinka monta sellaista verkkoa, jonka pistejoukko on $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, on olemassa? Tässä siis epäisomorfiset verkot lasketaan eri verkoiksi. *Vinkki: Voit esimerkiksi aloittaa määrittelemällä rekursiivisen lukujonon.*
4. Olkoon G verkko, jonka pisteiden joukko on $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$, ja jossa kahden eri pisteen n ja m välillä on viiva, mikäli toinen on toisen tekijä. Siis esimerkiksi pisteiden 2 ja 8 välillä on viiva, koska luku 2 on luvun 8 tekijä. Etsi tästä verkosta kierros, jonka pituus on vähintään viisi.
5. Olkoot a ja b yhtenäisen verkon X pisteitä. Pisteiden a ja b etäisyys on lyhimmän a :sta alkavan ja b :hen loppuvan kulun pituus. Jos esimerkiksi pisteitä a ja b yhdistää viiva, niin pisteiden etäisyys on 1, tai jos a ja b ovat sama piste, niin niiden etäisyys on 0.

Esimerkiksi seuraavassa verkossa pisteiden a ja b etäisyys on 2.



Todista, että verkossa, jossa on n pistettä, ei voi olla pisteitä a ja b , joiden etäisyys olisi n . *Vinkki: Esimerkiksi induktio toimii.*

6. Onko olemassa verkkoa, jossa on vähintään kaksi pistettä, ja kaikilla pisteillä on eri asteet?