

Matematiikka tutuksi, syksy 2011

HY, Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Harjoitus 3

- Mitkä ovat seuraavien lukujen 7-kantaiset logaritmit?
 - 1
 - 7
 - 7^4
 - 2401^{56}
 - 2401^{-103}
 - 0?
- Viidensadan yksilön bakteerikanta asetetaan petrimaljaan kasvuolosuhteisiin, jossa bakteerien määrä kaksinkertaistuu aina kahdentoista tunnin välein. Kuinka kauan kestää, että bakteerikannan koko ylittää miljoonan?
- Ratkaise yhtälöt kahden desimaalin tarkkuudella. Potenssien ja logaritmien laskusäännöt auttavat.
 - $54^a = \frac{3600}{13^a}$
 - $2^x = 16511 (\sqrt{2})^x$
 - $7^x + 2 = \frac{1}{2} \ln(e^2)$
- Uraanin 235-isotoopin puoliintumisaika on noin 700 miljoonaa vuotta.
 - Kuinka monta prosenttia sadasta grammasta uraania on hävinnyt sadantuhannen vuoden päästä?
 - Kuinka kauan kestää, että kilosta uraania on jäljellä alle kolme grammaa?
 - Kuinka monen vuoden päästä kilo uraania on hävinnyt kokonaan?
- Ratkaise yhtälö $\ln(x) + \ln(x^3) = \ln\left(\frac{e^2}{x^2}\right)$.
- Olkoon $k \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Osoita käyttäen logaritmin määritelmää, että $\log_k :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ on bijektio.

Vinkki: Injektiivisyyttä varten oletetaan, että funktio saa arvon y sekä luvulla x että luvulla z ja johdetaan tästä, että $x = z$. Surjektiivisyyttä varten oletetaan, että $y \in \mathbb{R}$ ja etsitään jokin luku, jonka k -kantainen logaritmi on y .