

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Analyysi I

Ex tempore tehtävät 1

12.9.2011 alkavalle viikolle

Lue kurssin kotisivulta ohjeet koti- ja ex tempore tehtävistä sekä siitä, miten pää- ja sivuaineopiskelijat saavat harjoituksista lisäpisteitä!

Vastaukset on perusteltava huolellisesti!

E1. Oletetaan, että $0 < x < y$. Osoita, että $x^2 < y^2$.

E2. Oletetaan, että $1 < x$. Päteekö, että $x^3 < x^7$?

E3. Oletetaan tunnetuksi, että $\sqrt{2}$ on irrationaalinen. Onko $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+3}$ rationaalinen vai irrationaalinen?

E4. Osoita, että $\sqrt{7}$ on irrationaalinen.

E5. Oletetaan, että n on positiivinen kokonaisluku. Osoita, että

$$\frac{n+1}{n^2+2} < \frac{2}{n}.$$

E6. Onko $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ rationaalinen vai irrationaalinen?

E7. Onko $\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}$ rationaalinen vai irrationaalinen?

E8. Oletetaan, että $x < y$. Osoita, että

$$x < \frac{x+y}{2} < y.$$

(Lisäkysymyksiä, joihin palataan myöhemmin: Onko kahta vierekkäistä reaalilukua (joiden välissä ei ole reaalilukuja)? Onko kahden rationaaliluvun välissä aina rationaaliluku? Onko kahden reaaliluvun välissä aina rationaaliluku? Onko kahden reaaliluvun välissä aina irrationaaliluku?)