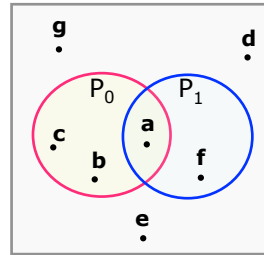


Problem 1: Kerro kustakin muuttujan esiintymästä alla olevissa kaavoissa, onko se vapaa vai sidottu esiintymä.

1. $\forall x(P_0(x) \rightarrow P_1(y))$
2. $\forall x(xEy \vee yEx)$
3. $\forall x(\forall y(xEy) \vee \forall z(yEz))$

Problem 2: Mikä tulkintafunktio toteuttaa alla olevan kaavan vasemmalla olevassa struktuurissa? Anna myös perustelu!



$$\forall y(P_0(x) \rightarrow P_1(y))$$

	x	y	z
s ₀	c	c	c
s ₁	a	b	c
s ₂	e	e	a

Problem 3: Anna 1-paikkainen strukturi M ja tulkintafunktio joka toteuttaa M:ssä kaavan

$$\forall x(P_0(x) \vee \neg P_1(x) \vee P_2(x))$$

mutta ei kaavaa.

$$\exists x(P_0(x) \& \neg P_1(x) \& P_2(x))$$

Problem 4: Osoita, että:

- $\exists x \exists y A$ ja $\exists y \exists x A$ ovat loogisesti ekvivalentit.
- $\forall x \forall y A$ ja $\forall y \forall x A$ ovat loogisesti ekvivalentit.

Problem 5: Osoita, että:

- $\exists x \forall y R(x, y)$ ja $\forall x \exists y R(x, y)$ eivät ole loogisesti ekvivalentit.

Problem 6: Osoita, että:

- $\exists x \forall y R(x, y)$ ja $\forall y \exists x R(x, y)$ eivät ole loogisesti ekvivalentit.

Logiikka I
Harjoitus 7

1. Näytä, että $\forall x(A \rightarrow \exists xA)$ on validi.
2. Näytä, että $\forall xA \rightarrow \forall xB$ on kaavan $\forall x(A \rightarrow B)$ looginen seuraus.
3. Näytä, että $\exists xP_0(x) \rightarrow \exists xP_1(x)$ ei ole lauseen $\exists x(P_0(x) \rightarrow P_1(x))$ looginen seuraus.
4. Näytä, että $\exists x\neg A \rightarrow (B \rightarrow \neg\forall xA)$ on validi.
5. Näytä, että kaavat $\exists x\neg(A \wedge B)$ ja $\neg\forall xA \vee \neg\forall xB$ ovat loogisesti ekvivalentteja.
6. Mitkä muuttujat esiintyvät vapaina seuraavissa kaavoissa? Mitkä kaavoista ovat lauseita?
 - (a) $\forall x\exists y(R(x, y) \rightarrow R(y, x))$
 - (b) $\forall x\exists yR(x, y) \leftrightarrow R(y, x)$
 - (c) $\forall x\exists y(R(x, y) \vee P(z))$
 - (d) $\forall x(P(x) \wedge \neg\exists yP(y))$.