

Logiikan paja, kevät 2011
Tehtäviä viikolle III
Thomas Vikberg

1. Päättele luonnollisella päättelyllä $A \wedge B$ lauseesta $B \wedge A$.
2. Päättele luonnollisella päättelyllä $A \vee B$ lauseesta $B \vee A$.
3. Päättele luonnollisella päättelyllä $A \vee (A \vee A)$ lauseesta A .
4. Päättele luonnollisella päättelyllä A lauseesta $A \vee (A \vee A)$.
5. Päättele luonnollisella päättelyllä $A \wedge (B \vee C)$ lauseesta $A \wedge C$.
6. Päättele luonnollisella päättelyllä $B \wedge (A \vee C)$ lauseesta $(A \wedge B) \vee (B \wedge C)$.
7. Päättele luonnollisella päättelyllä $B \vee (A \wedge C)$ lauseesta $(A \vee B) \wedge (B \vee C)$.
8. Päättele luonnollisella päättelyllä $B \rightarrow (A \rightarrow C)$ lauseesta $A \rightarrow (B \rightarrow C)$.
9. Päättele luonnollisella päättelyllä $(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge D)$ lauseesta $(B \wedge A) \rightarrow (D \wedge C)$.
10. Päättele luonnollisella päättelyllä $A \rightarrow (B \vee C)$ lauseesta $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$.
11. Päättele luonnollisella päättelyllä $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$.
12. Päättele luonnollisella päättelyllä $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$.
13. Päättele luonnollisella päättelyllä $A \vee \neg A$.
14. Päättele luonnollisella päättelyllä $(B \rightarrow A) \vee (A \rightarrow B)$ lauseesta $A \vee \neg A$.
15. Päättele luonnollisella päättelyllä $(B \rightarrow A) \vee (A \rightarrow B)$.
16. Näytä, että lauseet $(A \vee B) \rightarrow C$ ja $(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$ ovat loogisesti ekvivalentteja.
17. Esitä $(p_0 \rightarrow \neg p_1) \wedge \neg(p_1 \rightarrow \neg p_0)$ disjunkttiivisessa normaalimuodossa.
18. Esitä $(p_0 \wedge p_1) \rightarrow (p_2 \wedge p_1)$ disjunkttiivisessa normaalimuodossa.
19. Näytä, että lause $p_0 \rightarrow (p_0 \wedge p_1)$ ei ole tautologia eikä ristiriita.

Määritellään 3-paikkainen konnektiivi $*$ niin, että $v(* (A, B, C)) = 1$ jos $v(A) = v(B) = v(C) = 0$ tai $v(A) = 0$ ja $v(B) = v(C) = 1$ ja muuten $v(* (A, B, C)) = 0$.

20. Esitä lause $*(p_0, p_1, p_2)$ disjunkttiivisessa normaalimuodossa.

21. Näytä, että $\{*\}$ on täydellinen konnektiivijoukko.