

Ratkaisuehdotuksia
Logiikan paja 2011
Bonustehtävät 14-15

14. Oletamme, että B :n päättely A :stä on eheä, eli että jos $M \models_{s'} A$, niin $M \models_{s'}$ riippumatta s' :sta. Osoitamme, että $M \models_s A \rightarrow B$.

Tapaus 1: $M \not\models_s A$. Tarskin totuusmääritelmän mukaan $M \models_s A \rightarrow B$.

Tapaus 2: $M \models_s A$. Oletuksemme mukaan nyt pätee, että $M \models_s B$, joten Tarskin totuusmääritelmän mukaan $M \models_s A \rightarrow B$.

15. Oletamme, että s toteuttaa kaikki A :n päättelyn oletukset. Silloin kaikilla $a \in M$ pätee, että myös $s(a/x)$ toteuttaa nuo oletukset sillä x ei ole niissä vapaa muuttuja. Olemme osoittaneet Tarskin totuusmääritelmän mukaisesti, että s toteuttaa myös kaavan $\forall x A$.