

## Sijoitustoiminnan matematiikan laskuharjoitus 9, 20.4.2011

Huom. Luento ke 20.4. on siirretty —> ma 18.4. klo 16-18, sali B322

1. Olkoon markkinoilla kolme riskillistä arvopaperia. Olkoon näitä vastaava odotustuottovektori  $\bar{r} = (0.05, 0.1, 0.1)^T$ . Tuottoasteiden kovarianssimatriisi on

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Määrää kaikki tehokkaita salkkuja vastaavat varianssi-/odotustuottoparit sekä minimaalinen varianssi, joka salkuilla voidaan saavuttaa.

2. (jatkoa) Määrää odotustuottoa 0.2 vastaava tuottoasteen varianssin minimoiva salkku.

3. (jatkoa) Lisätään markkinoille bondi vuosikorolla  $i \geq 0$ . Määrää  $i$ , kun syntyvien markkinoiden markkinasalkun odotustuotto on 0.15.

4. Olkoon markkinoilla  $N$  riskillistä arvopaperia. Odotustuottoa  $r$  vastaava minimaalinen tuottoasteen varianssi on

$$\sigma^2(r) = a(r - r_0)^2 + \sigma_0^2,$$

missä  $a, r_0$  ja  $\sigma_0$  ovat positiivisia vakioita. Lisätään markkinoille arvopaperi  $N + 1$ , jonka odotustuotto on suurempi kuin  $r_0$  ja tuottoaste stokastisesti riippumaton markkinoiden muiden arvopapereiden tuottoasteista. Olkoon  $r > r_0$ . Osoita, että syntyneillä markkinoilla on mahdollista konstruoida salkku, jonka tuottoasteen odotusarvo on  $r$  ja varianssi pienempi kuin  $\sigma^2(r)$ .

5. Olkoot markkinoilla arvopaperit  $1, \dots, N$  ja näiden hetken yksi arvot olkoot  $S_1(1), \dots, S_N(1)$ . Hetken nolla hinnat  $S_1(0), \dots, S_N(0)$  positiivisia. Oletetaan, että  $S_N(1)$  on lineaarisesti riippuva muista arvopapereista. Toisin sanoen on olemassa sellaiset  $\alpha_1, \dots, \alpha_{N-1} \in \mathbb{R}$ , että

$$S_N(1) = \alpha_1 S_1(1) + \dots + \alpha_{N-1} S_{N-1}(1) \quad \text{m.v.}$$

Oletetaan, että  $S_N(0) = \alpha_1 S_1(0) + \dots + \alpha_{N-1} S_{N-1}(0)$ . Osoita, että tehokkaat varianssi-/odotustuottoparit eivät muutu, jos arvopaperi  $N$  poistetaan markkinoilta.