

## Differentialekvationer II

### Räkneövning 2

24.3. 2011

1. Lös differentialekvationen

$$y^{(4)} - 8y'' + 16y = 0$$

med försöket  $y(x) = e^{rx}$ .

2. Lös differentialekvationen

$$y'y'' = 1.$$

3. Undersök om följande funktioner  $f$  satisfierar villkorena i lokala existens- och entydighetssatsen i området  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x > 0\}$ :

$$(i) f(x, y) = \sin(x) + \cos(y), \quad (ii) f(x, y) = y^{1/3}.$$

4. Verifiera att funktionen  $f(x, y) = e^x \ln(1 + y^2)$  satisfierar villkorena i lokala existens- och entydighetssatsen i området  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x < 2, y \in \mathbf{R}\}$ . Tips: undersök partiella derivatan  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .

5. Sök de punkter  $(x_0, y_0)$  för vilka paret av konstanta funktioner  $x(t) = x_0$ ,  $y(t) = y_0$  löser systemet

$$\begin{aligned}x'(t) &= x - xy \\y'(t) &= x^2 - x\end{aligned}$$

av differentialekvationer. Tips: sätt  $x'(t) = 0$ ,  $y'(t) = 0$  och lös motsvarande ekvationer.

6. Lös systemet

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t) \\y'(t) &= x(t)y(t) - y(t)\end{aligned}$$

av differentialekvationer genom att först lösa  $x'(t) = x(t)$ .

Extrapoäng för räkneövningsuppgifterna enligt följande skala: 20 % = +1 p., 35 % = + 2 p., 50 % = + 3 p., 70 % = + 4 p. Extrapoängen adderas till poängtalet i kursprovet.

## Differentiaaliyhtälöt II

### Harjoitus 2

24.3. 2011

1. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y^{(4)} - 8y'' + 16y = 0$$

yritteen  $y(x) = e^{rx}$  avulla.

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'y'' = 1.$$

3. Tutki toteuttavatko seuraavat funktiot lokaalin olemassaolo- ja yksikäsitteisyyslauseen oletukset alueessa  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x > 0\}$ :

$$(i) f(x, y) = \sin(x) + \cos(y), \quad (ii) f(x, y) = y^{1/3}.$$

4. Tarkista että funktio  $f(x, y) = e^x \ln(1+y^2)$  toteuttaa lokaalin olemassaolo- ja yksikäsitteisyyslauseen oletukset alueessa  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 < x < 2, y \in \mathbf{R}\}$ . Vihje: tutki osittaisderivaattaa  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .

5. Etsi ne pisteet  $(x_0, y_0)$ , joille vakiofunktiopari  $x(t) = x_0, y(t) = y_0$  on differentiaaliyhtälösystemin

$$\begin{aligned}x'(t) &= x - xy \\y'(t) &= x^2 - x\end{aligned}$$

ratkaisu. Vihje: aseta  $x'(t) = 0, y'(t) = 0$  ja ratkaise vastaavat yhtälöt.

6. Ratkaise differentiaaliyhtälösystemi

$$\begin{aligned}x'(t) &= x(t) \\y'(t) &= x(t)y(t) - y(t)\end{aligned}$$

ratkaisemalla ensin  $x'(t) = x(t)$ .

Laskuharjoitustehtävistä saa lisäpisteitä seuraavan kaavan mukaan: 20 % = +1 p., 35 % = + 2 p., 50 % = + 3 p., 70 % = + 4 p. Lisäpisteet lisätään kurssikokeen kokonaispistemäärälle.