

Differentialekvationer I

Räkneövning 3

10.2. 2011

1. Lös den lineära differentialekvationen

$$y' + xy = xe^{x^2}.$$

2. Lös differentialekvationen

$$xyy' = x^2 + y^2.$$

3. Lös differentialekvationen

$$y' = (x - y + 1)^2$$

med hjälp av substitutionen $w(x) = x - y(x) + 1$.

4. Lös differentialekvationen

$$y' = \frac{x + y - 1}{x - y + 3}$$

med hjälp av den metod som beskrivs i kapitel 1.5.3 i kompendiet.

5. Lös initialvärdesproblemet

$$y' + y = xy^3, \quad y(0) = 2,$$

för en ekvation av Bernoulli typ.

6. I en cylinder finns 1 kg salt upplöst i 100 liter vatten. In i cylindern börjar man pumpa en vätska, som innehåller 5 gr salt per liter, med hastigheten 10 liter/min. Från cylindern avrinner fullt utblandad vätska med samma hastighet. Hur mycket salt finns det i cylindern efter 20 minuter? [Tips: Låt $Q(t)$ vara saltmängden i cylindern vid tidpunkten $t \geq 0$. Då är $Q'(t) =$ saltets ankomsthastighet - saltets avrinningshastighet $= 50 - \frac{Q(t)}{100} \cdot 10$ (som gr/min).]

Differentiaaliyhtälöt I

Harjoitus 3

10.2. 2011

1. Ratkaise lineaarinen differentiaaliyhtälö

$$y' + xy = xe^{x^2}.$$

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$xyy' = x^2 + y^2.$$

3. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y' = (x - y + 1)^2$$

sijoituksen $w(x) = x - y(x) + 1$ avulla.

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y' = \frac{x + y - 1}{x - y + 3}$$

monisteen luvun 1.5.3 menetelmän avulla.

5. Ratkaise Bernoullin yhtälön alkuarvo-ongelma

$$y' + y = xy^3, \quad y(0) = 2.$$

6. Säiliössä on 1 kg suolaa liuotettuna 100 litraan vettä. Säiliöön aletaan pumppata liuosta, jossa on 5 g suolaa litrassa liuosta, nopeudella 10 litraa/min. Täysin sekoittunutta liuosta poistuu samalla nopeudella säiliöstä. Paljonko suolaa on säiliössä 20 minuutin kuluttua? [Ohje: Olkoon $Q(t)$ suolan määrä säiliössä hetkellä $t \geq 0$. Tällöin $Q'(t) =$ suolan tulonopeus - suolan poistumisnopeus $= 50 - \frac{Q(t)}{100} \cdot 10$ (gr/min).]