

Differentialekvationer I

Räkneövning 2

3.2. 2011

1. Bestäm de partiella derivatorna  $D_1f$  och  $D_2f$  då

$$(i) f(x, y) = e^{\sin(xy)}, \quad (ii) f(x, y) = xy + \ln(1 + x^2y^2).$$

2. Bestäm de implicita lösningarna  $y = y(x)$  till differentialekvationen

$$x^2 - y + (y^2 - x)y' = 0.$$

3. Sök en integrerande faktor till differentialekvationen

$$3xy + y^2 + (x^2 + xy)y' = 0,$$

samt lös den resulterande exakta ekvationen.

4. Lös initialvärdesproblemet

$$y' = -\frac{y}{x-3}, \quad y(-1) = 1,$$

som (i) en linjär differentialekvation, (ii) en separerbar differentialekvation.

5. Lös initialvärdesproblemet

$$y' + (\cos x)y = e^{-\sin x}, \quad y(\pi) = \pi.$$

6. Clairauts differentialekvation har formen

$$y = xy' + f(y'),$$

där  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  är en given funktion. Verifiera att  $y(x) = cx + f(c)$  är en lösning för varje konstant  $c \in \mathbf{R}$ . Tillämpa detta på differentialekvationen

$$xy' - e^{y'} - y = 0.$$

Extrapoäng för räkneövningsuppgifterna enligt följande skala: 20 % = +1 p., 35 % = + 2 p., 50 % = + 3 p., 70 % = + 4 p. Extrapoängen adderas till poängtalet i kursprovet.

Differentiaaliyhtälöt I

Harjoitus 2

3.2. 2011

1. Määää osittaisderivaatat  $D_1f$  ja  $D_2f$  kun

$$(i) f(x, y) = e^{\sin(xy)}, \quad (ii) f(x, y) = xy + \ln(1 + x^2y^2).$$

2. Määää differentiaaliyhtälön

$$x^2 - y + (y^2 - x)y' = 0$$

implisiittiset ratkaisut  $y = y(x)$ .

3. Etsi differentiaaliyhtälölle

$$3xy + y^2 + (x^2 + xy)y' = 0$$

integroiva tekijä, sekä ratkaise syntyvä eksakti yhtälö.

4. Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$y' = -\frac{y}{x-3}, \quad y(-1) = 1,$$

(i) lineaarisena yhtälönä, (ii) separoituvana yhtälönä.

5. Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$y' + (\cos x)y = e^{-\sin x}, \quad y(\pi) = \pi.$$

6. Clairaut'in differentiaaliyhtälö on muotoa

$$y = xy' + f(y'),$$

missä  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  on annettu funktio. Totea, että  $y(x) = cx + f(c)$  on ratkaisu jokaisella vakiolla  $c \in \mathbf{R}$ . Sovella tätä yhtälöön

$$xy' - e^{y'} - y = 0.$$

Laskuharjoitustehtävistä saa lisäpisteitä seuraavan kaavan mukaan: 20 % = +1 p., 35 % = + 2 p., 50 % = + 3 p., 70 % = + 4 p. Lisäpisteet lisätään kurssikokeen kokonaispistemäärälle.