

Differentialekvationer I

Räkneövning 1

27.1. 2011

1. Sök den allmänna lösningen till differentialekvationen $y''(x) - \cos x - 3 = 0$. Vilken lösning satisfierar initialvärdesproblemet $y(0) = 1, y'(0) = 1$?

2. Förklara varför differentialekvationen

$$y' = 1 + x^2y^2$$

inte är separerbar. [Exempelvis: om $1 + x^2y^2 = p(x)q(y)$, substituera $x = 0$ och $y = 0$].

3. Lös differentialekvationen

$$y' = y(y + 1).$$

4. Lös differentialekvationen

$$y' = e^{x+y},$$

samt sök den lösning $y = y(x)$ som satisfierar $y(1) = 0$.

5. Lös initialvärdesproblemet

$$y' = y^2 + 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

6. Undersök om följande differentialekvationer är exakta, och i så fall i vilka områden. Sök den implicita lösningen $y = y(x)$ i de exakta fallen.

$$(i) \quad 2x + 3 + (2y - 2)y' = 0, \quad (ii) \quad e^x \sin(y) + 3y - (3x - e^x \sin(y))y' = 0.$$

Extrapoäng för räkneövningsuppgifterna. Skalan meddelas litet senare.

Differentiaaliyhtälöt I

Harjoitus 1

27.1. 2011

1. Etsi differentiaaliyhtälön $y''(x) - \cos x - 3 = 0$ yleinen ratkaisu. Mikä näistä ratkaisuista toteuttaa alkuarvo-ongelman $y(0) = 1, y'(0) = 1$?

2. Perustele miksi differentiaaliyhtälö

$$y' = 1 + x^2 y^2$$

ei ole separoituva. [Esimerkiksi: jos $1 + x^2 y^2 = p(x)q(y)$, sijoita $x = 0$ och $y = 0$].

3. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y' = y(y + 1).$$

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y' = e^{x+y},$$

sekä etsi ratkaisu $y = y(x)$ jolle $y(1) = 0$.

5. Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$y' = y^2 + 1, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

6. Tutki ovatko seuraavat differentiaaliyhtälöt eksakteja, ja jos ovat niin missä alueissa. Etsi implisiittinen ratkaisu $y = y(x)$ eksaktissa tapauksissa.

$$(i) \quad 2x + 3 + (2y - 2)y' = 0, \quad (ii) \quad e^x \sin(y) + 3y - (3x - e^x \sin(y))y' = 0.$$

Laskuharjoitustehtävistä tarjolla lisäpisteitä (tarkemmin tästä myöhemmin).