

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

Övning 3

För veckan som börjar 7 . 2. 2011.

1. Beräkna

$$\int_{1/2}^{\sqrt{3}/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Sista sidan i höstens kompendium kan hjälpa.

2. Derivera

$$f(x) = \int_0^{x^2} e^{t^2} dt.$$

3. Visa att $e^{x^2} \geq 1 + x^2$ när $0 \leq x \leq 1$, och med detta resultat att

$$\int_0^1 e^{x^2} dx \geq \frac{4}{3}.$$

4. Beräkna

$$\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$$

genom att finna sådana tal A och B att

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+1}.$$

för alla $x > 0$.

5. Beräkna

$$\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2+2)} dx$$

genom att finna sådana tal A , B och C att

$$\frac{1}{(x+1)(x^2+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx}{x^2+2} + \frac{C}{x^2+2}.$$

för alla $x > 0$.

6. Definiera $f(0) = 0$ och

$$f(x) = \cos \frac{1}{x}$$

när $x \neq 0$. Visa med hjälp av Riemanns villkor att f är integrerbar över $[0, 1]$.