

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

Övning 2

För veckan som börjar 31 . 1. 2011.

Kom ihåg att man även till dessa övningsuppgifter kan fråga om tips bl.a. på kursens moodle sidor!

1. Utred med hjälp av definitionen av Riemannintegralen (dvs. visa integrerbarhet och bestäm integralens värde)

$$\int_0^1 7x \, dx.$$

2. Beräkna

$$\int_0^{\pi/3} e^x \sin x \, dx.$$

Tips: genom att tillämpa partiell integrering två gånger kan du få en ekvation ur vilken du kan lösa ut den sökta integralen.

3. Beräkna

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2} \, dx$$

med substitutionen  $x = \sinh t$ . (Se sida 84 höstens kompendium.)

4. Utred med hjälp av definitionen av Riemannintegralen

$$\int_0^1 e^x \, dx.$$

Undersök delningar med jämnlånga intervall. Använd formeln för geometriska summor (se t.ex. MAOL). Notera att

$$\frac{1 - e^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}} \rightarrow -1$$

när  $n \rightarrow \infty$  (eftersom det är frågan om en derivata).

5. Vi undersöker funktionen  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  där  $f(x) = e^{x^2}$ . Ge ett exempel på en delning  $D$  för vilken  $S_D - s_D < 10^{-100}$ . Tips: Undersök delningar med jämnlånga intervall. Det lönar sig att ta en titt på exempel 2.8 i kompendiet. (Det relevanta i denna uppgift är att funktionen är växande samt dess värden i ändpunkterna.)

6. Vi undersöker funktionen  $f : [0, 100] \rightarrow \mathbb{R}$  där  $f(x) = e^{\cos x}$ . Ge ett exempel på en delning  $D$  för vilken  $S_D - s_D < 10^{-10000}$ . Du kan exempelvis använda dig av medelvärdessatsen och kunskapen om att derivatan till funktionen vi betraktar är begränsad.