

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II  
Harjoitus 5

21.2.2011 alkavalle viikolle

1. Suppeneeko vai hajaantuuko epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{\sin^{42}(\cos^{42}(x^{42}))}}{\sqrt[42]{x}} dx?$$

2. Suppeneeko vai hajaantuuko epäoleellinen integraali

$$\int_0^1 \frac{\sin(e^{x-1})}{\sqrt[3]{x}} dx?$$

3. Suppeneeko vai hajaantuuko epäoleellinen integraali

$$\int_0^1 \frac{\sin(e^{x-1})}{x^3} dx?$$

4. Tarkastellaan funktiota  $g : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ , jolle  $g(x) = x^2 \cos \frac{1}{x^2}$  kun  $x \neq 0$  ja  $g(0) = 0$ . Suppeneeko vai hajaantuuko

$$\int_0^1 g'(x) dx?$$

5. Suppeneeko vai hajaantuuko epäoleellinen integraali

$$\int_0^1 \sin \frac{1}{x^2} dx?$$

6. Oletetaan, että funktion  $f$  kolmas derivaatta  $f'''$  on jatkuva välillä  $] - 1, 1[$ . Oletetaan, että  $x \in ]0, 1[$ . Sovella osittaisintegrointia edellisten harjoitusten tehtävän 6 tapaan tehtävän tulokseen ja johda yhtälö

$$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{1}{2} x^2 f''(0) + \text{integraali.}$$

(Huom: tulos pätee myös kun  $x \in ] - 1, 0[$ .)