

Dirichlet'n sarjoista ja niiden Hardy-avaruuksista

Santeri Miihkinen

Tiivistelmä

Dirichlet'n sarjat ovat keskeinen työkalu analyttisessä lukuteoriassa. Tunnettuna esimerkkinä mainittakoon Riemannin zeta-funktio, joka määritellään Dirichlet'n sarjana

$$f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}.$$

Viime aikoina (1990-luvulta lähtien) tutkimuskohteena ovat olleet niin sanottu Dirichlet'n sarjojen Hardy-avaruudet \mathcal{H}^p , missä $p > 0$. Nämä funktio-avaruudet ovat isometrisesti isomorfisia äärettömän polykiekon analyttisten funktioiden Hardy-avaruuksien $H^p(\mathbb{D}^\infty)$ kanssa. Isomorfismina on niin sanottu Bohrin korrespondenssi, joka on nimetty keksijänsä Harald Bohrin (fyysikko Niels Bohrin veli) mukaan.

Tavoitteenani on käsitellä lyhyesti Dirichlet'n sarjojen perusominaisuuksia ja määritellä Bohrin korrespondenssi Hilbert-avaruuden \mathcal{H}^2 yhteydessä. Lisäksi tarkoituksena on ajan puitteissa esitellä avaruudet \mathcal{H}^p ja $H^p(\mathbb{D}^\infty)$ sekä mahdollisesti hahmotella todistus jollekin avaruutta \mathcal{H}^p koskevalle perustulokselle.