

Esim. Kuulalokeritehtaassa kone valmistaa kuulia, joiden painon jakauma on normaalinen. Kone pyritään pitämään säädettyinä siten, että keskipaino on 5.0 grammaa. 25 kuulun otoksessa havaittiin keskipainoksi 5.1 ja keskihajonnuksi 0.25 grammaa. Onko kone säädetty tarpeessa?

Ratk. Olkoon painon jakauma $N(\mu, \sigma^2)$.

Nollahypoteesi

$$H_0 : \mu = 5.0 \quad (\text{kone ok})$$

Vastahypoteesi

$$H_1 : \mu \neq 5.0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{kahsisuuntainen, koska poikkeamat} \\ \text{kumpaankin suuntaan merkityksellisiä} \end{array} \right)$$

Aineistossa ($n=25$) on $\bar{x} = 5.1$, $s = 0.25$

Testisuureen arvo

$$t = \frac{\bar{x} - 5.0}{s/\sqrt{n}} = \frac{5.1 - 5.0}{0.25/\sqrt{25}} = 2.0$$

\Rightarrow

$$p = P(|T| \geq 2.0) = 2P(T \geq 2.0)$$

Taulukko $\Rightarrow P(T \geq 2.064) \approx 0.025$,

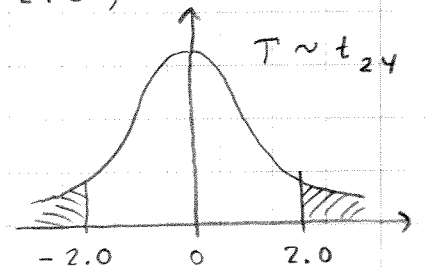
joten p on (hieman) suurempi kuin

$$2 \cdot 0.025 = 0.05$$

Voitaneen todeta, että aineisto todistaa

lievästi H_0 :aa vastaan ja H_1 :n puolesta

mutta (ainakaan tavallisilla merkitystasooilla, esim. 0.05, toimittaessa) H_0 :aa ei voida hylätä.



χ^2 -testi normaalijakauman varianssille

Mallina edelleen $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2) \perp\!\!\!\perp$

(sekä μ että σ^2 tuntemattomia parametreja)

Testattava hypoteeseja:

($\sigma_0 > 0$ annettu luku)

$$H_0 : \sigma = \sigma_0 \quad (\text{tai } \sigma \leq \sigma_0)$$

$$H_1 : \sigma > \sigma_0$$

Testisuurena käytetään

$$y = (n-1) \frac{s^2}{\sigma_0^2} = \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Muista:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Tieto (ks. s. 16 ja [Tuominen, TNI, Esim. 3.7.9]):

vastuavalle smille Y pätee $Y \sim \chi^2_{n-1}$

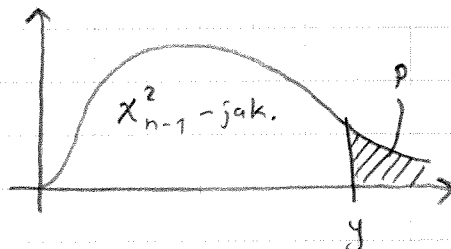
(khii-torseen-jakauma, $n-1$ vapausastetta), kuu H_0 pätee.

Lrsäksi: H_0 :lle kriittisiä ja H_1 :tä tukevia ovat suuret y -n arvot (jolloin s^2 suuri verrattuna σ_0^2 :een).

Siten p -arvo on χ^2_{n-1} -jakauman "oikea häntä"

$$p = P_{H_0}(Y \geq y)$$

Tämän tulinta kuten t -testissä,



Esim. (Jatkoa edell. sivun esimerkkiin.)

Koneelle asetettaviin vaatimuksiin kuuluu lisäksi, että kuulien painon keskijakonta on korkeintaan 0.18 grammaa. Onko kone tältä osin säädön tarpeessa?

Ratk. Testattava hypoteeseja $H_0: \sigma \leq 0.18$ (kone ok) vastaan $H_1: \sigma > 0.18$ (liikaa hajontaa).

χ^2 -testisuureen arvoksi saadaan

$$y = (n-1) \frac{s^2}{0.18^2} = 24 \cdot \frac{0.25^2}{0.18^2} \approx 46.3$$

Taulukko \Rightarrow smille $Y \sim \chi^2_{24}$ pätee $P(Y \geq 45.6) \approx 0.005$, joten nyt saatu p -arvo on

$$p = P(Y \geq 46.3) < 0.005.$$

Näyttää selvältä, että kone on säädön tarpeessa!

(Jos H_0 olisi totta, näin suuri testisuureen arvo saataisiin harvemmin kuin 5 kertaa tuhannesta.)