6. HIEMAN YLEISTÄ VÄLIESTIMOINNISTA

vrt. Arjas-Sirén, luku 3

Tark. yleistä tilastollista mallia $f(\underset{\sim}{x};\theta)$, jossa (tuntematon) parametri on θ ja aineisto $\underset{\sim}{x} = (x_1, \ldots, x_n)$.

Edellä tutkimme piste-estimointia, jossa aineiston perusteella piti määrittää sellainen parametrinarvo, joka olisi (tavalla tai toisella) hyvä ja perusteltu "arvaus" todelliselle parametrinarvolle. Su-menetelmä oli (eräs) ratkaisu tähän tehtävään.

Ongelma: piste-estimaatti harvoin osuu juuri oikeaan (emmehä tiedä milloin niin käy).

Haluaisimme määrittää sellaisen joukon parametrinarvoja (esim. $\hat{\theta}$:n ympäriltä), josta voitaisiin "suurella varmuudella" sanoa, että se sisältää oikean parametrinarvon.

1-ulotteisessa tapauksessa (ts. kun θ on 1-ulotteinen tai halutaan tehdä päätelmiä vain sen yksittäisestä komponentista) tällainen joukko on yleensä väli ja puhutaan väliestimoinnista.

KAKSI RATKAISUA tähän tehtävään:

1. Uskottavuusvälit tai -joukot (melko harvoin käytetty mutta helppo menetelmä uskottavuusfunktion pohjalta)

Olk. $L(\theta) = L(\theta;\underset{\sim}{x}) = f(\underset{\sim}{x};\theta)$ aineistoa $\underset{\sim}{x}$ vast. uskottavuusfunktio.

Muista: Su-estimaatti $\hat{\theta}$ on piste, jossa $L(\theta)$ saa suurimman arvonsa.

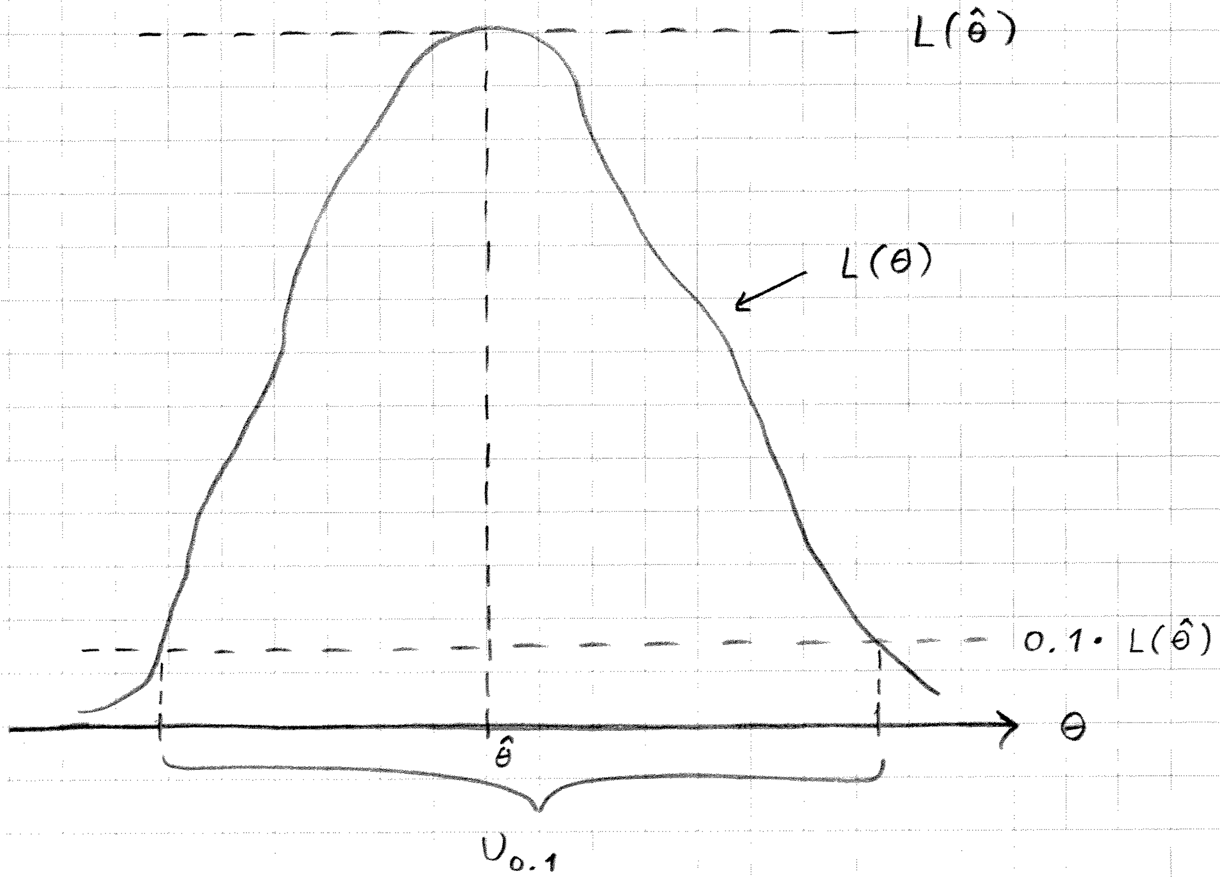
Määr. Kun $0 < c < 1$, niin joukko

$$U_c = U_c(\underset{\sim}{x}) = \{\theta \in \Omega \mid L(\theta) \geq c\,L(\hat{\theta})\}$$

on $100 \cdot c$ %:n uskottavuusjoukko θ:lle.
(1-uloitt. tapauksessa se on yleensä väli)

Ω = kaikkien mahdollisten param. arvojen joukko

Esim. $U_{0.1} = \{\theta \in \Omega \mid L(\theta) \geq 0.1 \cdot L(\hat{\theta})\}$
on 10 %:n uskottavuusjoukko.
Sen ulkopuolelle jäävät ne θ:n arvot, joiden uskottavuus on alle 10 % uskottavuuden suurimmasta arvosta.
(ks. kuva alla)



2. <u>Luottamusvälit</u> (laajassa käytössä tilastollisessa tutkimuksessa)

Kiinnitetään jokin (pieni) luku $0 < \alpha < 1$.
Pyritään aineiston $\underset{\sim}{x}$ perusteella määrittämään joukko $A(\underset{\sim}{x})$ parametriavaruudessa Ω siten, että vastaavalle "satunnaiselle joukolle" $A(\underset{\sim}{X})$ pätee

$$P\left(\theta \in A(\underset{\sim}{X})\right) \geq 1-\alpha .$$

Tällöin $A(\underset{\sim}{x})$ on θ:n <u>luottamusjoukko</u> <u>(luottamus)tasolla</u> $1-\alpha$.

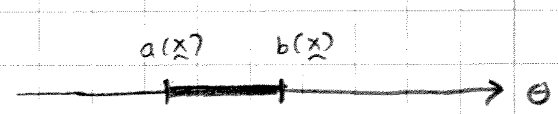
Tyypillisesti esim. $\alpha = 0.05$, jolloin

$$P\left(\theta \in A(\underset{\sim}{X})\right) \geq 0.95$$

ja kyse on 95 %:n (eli tason 0.95) luottamusjoukosta.
Satunnainen (toistetun aineistonkeruun mielessä!) joukko $A(\underset{\sim}{X})$ siis peittää todellisen parametrinarvon θ (ainakin) tn:llä 0.95.

1-ulotteisen parametrin tapauksessa $A(\underset{\sim}{x})$ on yleensä <u>väli</u> reaaliakselilla: voimme siis kirjoittaa esim. $A(\underset{\sim}{x}) = (a(\underset{\sim}{x}), b(\underset{\sim}{x}))$, jossa päätepisteillä on ominaisuus

$$P\left(a(\underset{\sim}{X}) < \theta < b(\underset{\sim}{X})\right) \geq 1-\alpha$$



Tutkimme seuraavassa jaksossa luottamusvälien muodostamista <u>normaalijakaumamallin</u> tapauksessa. Yleisemmin asiaa käsitellään aineopintojen til. päättelyn kurssilla.